Nombre de billets dont les 5 derniers nombres sont les bons et dans le bon ordre :

Le premier nombre ne peut être ni une répétition d'un des 5 autres, ni le dernier nombre du numéro gagnant. Il y a donc $43 \times 1 \times 1 \times 1 \times 1 \times 1 = 43$ billets qui respectent ce critère.

Réponse : La probabilité de gagner 100 000 \$ est de $\frac{86}{10\,068\,347\,520} = \frac{43}{5\,034\,173\,760}$.

d) Il y a 86 numéros contenant les 5 premiers nombres du numéro gagnant dans le bon ordre. Pour chacun de ces numéros, il existe $6 \times 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 720$ permutations possibles. Toutefois, de ces 86 numéros, la première moitié est une permutation de l'autre moitié. Il y a donc en tout $(86 \times 720) \div 2 = 30\,960$ numéros qui contiennent les 5 premiers nombres du numéro gagnant, dont 86 permettent de gagner 100 000 \$. On en déduit que $30\,960 - 86 = 30\,874$ numéros permettent de gagner 50 000 \$.

Réponse : La probabilité de gagner 50 000 \$ est de $\frac{30\,874}{10\,068\,347\,520} = \frac{15\,437}{5\,034\,173\,760}$.

Page 363

11. a) Dans ce contexte, l'ordre n'a pas d'importance.

Nombre de combinaisons possibles des 5 nombres tirés $= \frac{75 \times 74 \times 73 \times 72 \times 71}{5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1} = 17\,259\,390$

Parmi ces combinaisons, une seule permet de recouvrir la 1re ligne après 5 tirages.

P(recouvrir la 1re ligne après 5 tirages) $= \frac{1}{17\,259\,390}$

Réponse : La probabilité est de $\frac{1}{17\,259\,390}$.

b) Dans ce contexte, l'ordre n'a pas d'importance.
Il y a 12 combinaisons qui permettent de gagner, soit les combinaisons associées à chacune des 5 lignes, des 5 colonnes et des 2 diagonales.

P(gagner après 5 tirages) $= \frac{12}{17\,259\,390} = \frac{2}{2\,876\,565}$

Réponse : La probabilité que ce joueur gagne après 5 tirages est de $\frac{2}{2\,876\,565}$.

12. a) $300\,000 \times \frac{45}{3855} \approx 3501{,}95$

Réponse : Environ 3502 ampoules devraient être défectueuses.

b) P(deux ampoules défectueuses)
$= \frac{45}{3855} \times \frac{45}{3855} = \frac{2025}{14\,861\,025} = \frac{9}{66\,049}$

Réponse : La probabilité est de $\frac{9}{66\,049}$.

SECTION 8.3 Les variables aléatoires et les probabilités géométriques

Page 364

1. a) Continue. **b)** Discrète. **c)** Continue. **d)** Continue. **e)** Discrète.

2. L'âge de Charles n'est pas une valeur associée à un résultat possible d'une expérience aléatoire.

Page 365

3. a) Périmètre $= 2 \times 2{,}5 + 2 \times 6$
$= 17$ cm
P(entre A et B) $= \frac{6}{17}$

b) $C = 2\pi r$
$= 2\pi \times 2$
$= 4\pi$ cm
P(entre A et B) $= \frac{4{,}5}{4\pi} \approx 0{,}36$

c) Périmètre $= 9 \times 1$
$= 9$ cm
P(entre A et B) $= \frac{2}{9}$

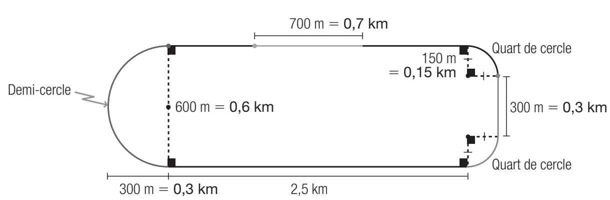
d) $\frac{5}{18}$

e) $\frac{77}{347}$

f) $\approx 0{,}42$

Page 366

4.



a) Longueur de la piste $= 2 \times 2{,}5 + 0{,}3 +$ périmètre du demi-cercle bleu $+$ périmètre des deux quarts de cercle

$= 2 \times 2{,}5 + 0{,}3 + \frac{1}{2} \times 2\pi r_1 + 2 \times \frac{1}{4} \times 2\pi r_2$

$= 2 \times 2{,}5 + 0{,}3 + \frac{1}{2} \times 2\pi \times 0{,}3 + 2 \times \frac{1}{4} \times 2\pi \times 0{,}15 \approx 6{,}71$ km

Longueur de la partie bleue $= \frac{1}{2} \times 2\pi r_1 = \frac{1}{2} \times 2\pi \times 0{,}3 \approx 0{,}94$ km

P(radar bleu) $\approx \frac{0{,}94}{6{,}71}$

$\approx 0{,}1404$ ou $\approx 14{,}04$ %

Réponse : La probabilité est d'environ 14,04 %.

b) Longueur de la partie verte $= \frac{1}{4} \times 2\pi r_2 + 0{,}3 = \frac{1}{4} \times 2\pi \times 0{,}15 + 0{,}3 \approx 0{,}54$ km

$P(\text{radar vert}) \approx \frac{0{,}54}{6{,}71}$

$\approx 0{,}079\ 78$ ou $\approx 7{,}98\ \%$

Réponse : La probabilité est d'environ 7,98 %.

c) On peut associer cette situation à une expérience aléatoire à trois étapes dont les événements intermédiaires sont :

O : La vitesse de la voiture est captée par le radar.

N : La vitesse de la voiture n'est pas captée par le radar.

P(radar vert) :	P(radar bleu) :	P(radar orange) :
O $\approx 7{,}98\ \%$	O $\approx 14{,}04\ \%$	O $\approx \frac{0{,}7}{6{,}71} \approx 10{,}43\ \%$
N $\approx 100\ \% - 7{,}98\ \%$ $\approx 92{,}02\ \%$	N $\approx 100\ \% - 14{,}04\ \%$ $\approx 85{,}96\ \%$	N $\approx 100\ \% - 10{,}43\ \%$ $\approx 89{,}57\ \%$

$$\begin{aligned} P(\text{au moins 2 radars}) &= P(\text{O, O, O}) + P(\text{O, O, N}) + P(\text{N, O, O}) + P(\text{O, N, O}) \\ &\approx 7{,}98\ \% \times 14{,}04\ \% \times 10{,}43\ \% + 7{,}98\ \% \times 14{,}04\ \% \times 89{,}57\ \% \\ &\quad + 92{,}02\ \% \times 14{,}04\ \% \times 10{,}43\ \% + 7{,}98\ \% \times 85{,}96\ \% \times 10{,}43\ \% \\ &\approx 3{,}18\ \% \end{aligned}$$

Réponse : La probabilité est d'environ 3,18 %.

Page 367

5. a) $P(\text{région verte}) = \frac{b_1 \times h_1}{b_2 \times h_2} = \frac{3 \times 11}{(10 + 3) \times 11} = \frac{3}{13}$

b) $P(\text{région verte}) = \frac{\frac{b_1 \times h_1}{2}}{b_2 \times h_2} = \frac{\frac{13 \times 9}{2}}{16 \times 9} = \frac{58{,}5}{144} = \frac{13}{32}$

c) $P(\text{région verte}) = \frac{263°}{360°}$

Page 368

d) $\approx 0{,}83$

e) $\approx 0{,}86$

f) $\frac{1}{\pi} \approx 0{,}32$

6. a) Rapport des rayons $= \frac{1}{5}$

$A_{\text{grand disque}} = \pi \times 5^2 = 25\pi$ cm^2

$A_{\text{petit disque}} = \pi \times 1^2 = \pi$ cm^2

$P(\text{A}) = \frac{A_{\text{petit disque}}}{A_{\text{grand disque}}} = \frac{\pi}{25\pi} = \frac{1}{25}$

$P(\text{A}) = \frac{1}{25} \neq \frac{1}{5}$

Réponse : P(A) est différente du rapport des rayons. La conjecture est réfutée.

b) Carré du rapport des rayons $= \left(\frac{1}{5}\right)^2 = \frac{1}{25}$

$P(\text{A}) = \frac{A_{\text{petit disque}}}{A_{\text{grand disque}}} = \frac{\pi}{25\pi} = \frac{1}{25}$

Réponse : P(A) égale le carré du rapport des rayons. La conjecture est démontrée.

c) Pour la figure 1, $P(\text{A}) = \frac{A_{\text{petit disque}}}{A_{\text{grand disque}}} = \frac{\pi}{25\pi} = \frac{1}{25}$

Pour la figure 2, $P(\text{A}) = \frac{A_{\text{petit disque}}}{A_{\text{grand disque}}} = \frac{\pi}{25\pi} = \frac{1}{25}$

Réponse : P(A) est identique pour les deux figures. La conjecture est réfutée.

Page 369

7. a) Voici les événements intermédiaires possibles concernés :

S : La fléchette atteint la région indiquée.

E : La fléchette n'atteint pas la région indiquée.

$P(\text{S}) = \frac{A_{\text{région rouge}}}{A_{\text{cible}}} = \frac{\pi \times 1^2}{\pi \times 8^2} = \frac{1}{64}$

$P(\text{A}) = P(\text{S, S, S}) = \frac{1}{64} \times \frac{1}{64} \times \frac{1}{64} = \frac{1}{262\ 144}$

Réponse : La probabilité est de $\frac{1}{262\ 144}$.

b) $P(\text{S}) = \dfrac{A_{\text{région rouge}} + A_{\text{région jaune}}}{A_{\text{cible}}}$

$= \dfrac{\pi \times 2^2}{\pi \times 8^2}$

$= \dfrac{1}{16}$

$P(\text{B}) = 1 - P(\text{E, E, E})$

$= 1 - \dfrac{15}{16} \times \dfrac{15}{16} \times \dfrac{15}{16}$

$= \dfrac{721}{4096}$

Réponse : La probabilité est de $\dfrac{721}{4096}$.

8. La partie jaune correspond à la moitié du grand disque augmentée de la moitié du petit disque.

$P(\text{point sur la partie jaune}) = \dfrac{A_{\text{partie jaune}}}{A_{\text{grand disque}}}$

$= \dfrac{0{,}5 \times \pi \times 3^2 + 0{,}5 \times \pi \times 0{,}5^2}{\pi \times 3^2}$

$\approx 0{,}139 \approx 51{,}39\ \%$

Réponse : La probabilité est d'environ 51,39 %.

Page 370

9. a) $P(\text{partie verte}) = \dfrac{V_{\text{pyramide}}}{V_{\text{prisme}}}$

$= \dfrac{\dfrac{39 \times 33 \times 45}{3}}{39 \times 33 \times 45}$

$= \dfrac{1}{3}$

b) $\dfrac{1}{8}$

c) $\dfrac{8}{125}$

Page 371

10. a) 1) $V_{\text{cône}} = \dfrac{\pi \times 0{,}5^2 \times 8}{3}$

$= \dfrac{2\pi}{3}\ \text{m}^3$

$V_{\text{bassin}} = \pi \times 7^2 \times 2$

$= 98\pi\ \text{m}^3$

$P(1^{\text{re}}\ \text{série}) = \dfrac{V_{\text{cône}}}{V_{\text{bassin}}}$

$= \dfrac{\dfrac{2\pi}{3}}{98\pi}$

$= \dfrac{1}{147}$

Réponse : La probabilité est de $\dfrac{1}{147}$.

2) Le résultat obtenu en **1)** permet de déduire que le volume du bassin correspond à 147 fois le volume du cône.

$P(2^{\text{e}}\ \text{série}) = \dfrac{V_{\text{cône}}}{V_{\text{bassin}} - V_{\text{cône}}}$

$= \dfrac{1}{147 - 1} = \dfrac{1}{146}$

Réponse : La probabilité est de $\dfrac{1}{146}$.

3) $P(n^{\text{e}}\ \text{série}) = \dfrac{V_{\text{cône}}}{V_{\text{bassin}} - n \times V_{\text{cône}}}$

$= \dfrac{1}{147 - n}$

Réponse : La probabilité est de $\dfrac{1}{147 - n}$.

b) $\dfrac{1}{147 - n} = \dfrac{1}{2}$

$147 - n = 2$

$n = 145$

Réponse : Après 145 séries d'ultrasons, le dauphin a 1 chance sur 2 de repérer le poisson.

MÉLI-MÉLO

Page 372

1. c) **2.** a) **3.** d) **4.** c) **5.** d) **6.** a) 1) b) 2) c) 3)

Page 373

7. c) **8.** a) 3) b) 4) **9.** d) **10.** a) 1) b) 3) **11.** b) **12.** c)

Page 374

13. Nombre d'arrangements de 3 éléments parmi 5 éléments : $5 \times 4 \times 3 = 60$

Réponse : On peut y placer les 3 crayons de 60 façons.

14. Nombre de combinaisons de 3 éléments parmi 10 éléments : $\dfrac{10 \times 9 \times 8}{3 \times 2 \times 1} = 120$

Réponse : Il peut y avoir 120 boîtes à surprises différentes.

15. Nombre de permutations de 7 éléments : $7 \times 6 \times 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 5040$

Réponse : Léon peut les souffler de 5040 façons.

16. Nombre de combinaisons de 4 éléments parmi 45 éléments : $\dfrac{45 \times 44 \times 43 \times 42}{4 \times 3 \times 2 \times 1} = 148\ 995$

Réponse : Il est possible de former 148 995 comités différents.