Page 383

54. Cube

$A = 6c^2$
$= 6 \text{ m}^2$

$V = c^3$
$= 1 \text{ m}^3$

$\dfrac{\text{volume}}{\text{aire}} = \dfrac{1}{6} \text{ m}^3/\text{m}^2$

Boule

$A = 4\pi r^2$
$= \pi \text{ m}^2$

$V = \dfrac{4}{3}\pi r^3$
$= \dfrac{\pi}{6} \text{ m}^3$

$\dfrac{\text{volume}}{\text{aire}} = \dfrac{\frac{\pi}{6}}{\pi} = \dfrac{1}{6} \text{ m}^3/\text{m}^2$

Réponse : Les deux solides ont le même taux $\dfrac{\text{volume}}{\text{aire}}$.

55. $\sqrt{d} = \sqrt{bc}$
$= (bc)^{\frac{1}{2}}$
$= b^{\frac{1}{2}} \times c^{\frac{1}{2}}$
$= (a^2)^{\frac{1}{2}} \times c^{\frac{1}{2}}$
$= a\sqrt{c}$

$\sqrt[3]{h} = \sqrt[3]{fg}$
$= (fg)^{\frac{1}{3}}$
$= f^{\frac{1}{3}} \times g^{\frac{1}{3}}$
$= (e^3)^{\frac{1}{3}} \times g^{\frac{1}{3}}$
$= e\sqrt[3]{g}$

Réponse : On a bien $\sqrt{d} = a\sqrt{c}$ et $\sqrt[3]{h} = e\sqrt[3]{g}$.

Page 384

56. $1 \times 10^{-6} \text{ m} = 1 \text{ µm}$

Apothème du cône : $\sqrt{0{,}5^2 + 2^2} \approx 2{,}06 \text{ µm}$

Vue de face

$A = A_{\text{rectangles}} + A_{\text{latérale cône}} + A_{\text{latérale cylindre}}$
$= 2 \times 1 \times 1 + 2 \times 3 \times 0{,}5 + \pi \times 0{,}5 \times 2{,}06$
$+ 2 \times \pi \times 0{,}5 \times 1{,}5$
$\approx 12{,}95 \text{ µm}^2$

Vue de dessous

$A = A_{\text{rectangle}}$
$= 9 \times 5$
$= 45 \text{ µm}^2$

Vue de droite

$A = A_{\text{rectangle}}$
$= 1 \times 9$
$= 9 \text{ µm}^2$

Vue de dessus

$A = A_{\text{rectangle}} - A_{\text{base cône}}$
$= 9 \times 5 - \pi \times 0{,}5^2$
$\approx 44{,}21 \text{ µm}^2$

$A_{\text{totale}} \approx 12{,}95 + 9 + 9 + 45 + 44{,}21 + 5$
$\approx 125{,}17 \text{ µm}^2$

Vue de gauche

$A = A_{\text{rectangle}}$
$= 1 \times 9$
$= 9 \text{ µm}^2$

Vue arrière

$A = A_{\text{rectangle}}$
$= 5 \times 1$
$= 5 \text{ µm}^2$

Puisque $1 \text{ µm} = 10^3 \text{ nm}$, on en déduit que $1 \text{ µm}^2 = 10^6 \text{ nm}^2$.
Ainsi, l'aire totale est d'environ $125{,}17 \times 10^6 \text{ nm}^2$, soit environ $1{,}25 \times 10^8 \text{ nm}^2$.

Réponse : L'aire totale est d'environ $125{,}17 \times 10^6 \text{ nm}^2$, soit environ $1{,}25 \times 10^8 \text{ nm}^2$.

RÉVISION

Page 385

1. d) **2.** a) **3.** b) **4.** c) **5.** c) **6.** b) **7.** d) **8.** c) **9.** d) **10.** c)

Page 386

11. b) **12.** b) **13.** b) **14.** a) **15.** b) **16.** c) **17.** a) 1) b) 3)

Page 387

18. c) **19.** b) **20.** a) 4) b) 1) c) 1) d) 2) **21.** c) **22.** b) **23.** b) **24.** a)

Page 388

25. d) **26.** c) **27.** d) **28.** d) **29.** c) **30.** c) **31.** d)

Page 389

32. c) **33.** b) **34.** c) **35.** d) **36.** b) **37.** d)

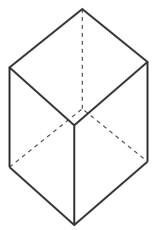
Page 390

38. a) 2^{-10} **b)** 3^{58} **c)** 7^{26} **d)** 10^{4}

39. a) $20m^5n^5 + 8m^6n^2 + 5m^2n^7 + 2m^3n^4$ **b)** $12x^3y - 13x^3y^2 - 14x^3y^3$

40. a) $3xy(3y + x)$ **b)** $\frac{3}{17}a^3b^3(5ab - 2a + 3b)$

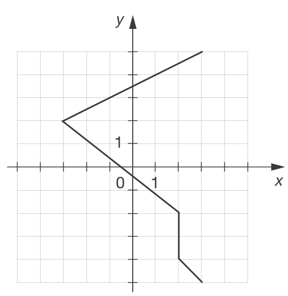
41.



Page 391

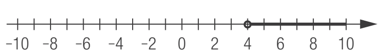
42. a) $y = \frac{2}{3}x + 1$ **b)** $y = \frac{8}{x}$ **43.** La solution est (3,2, 3,6).

44.

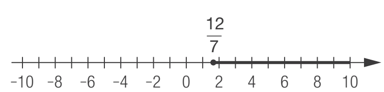


Page 392

45. a)



b)

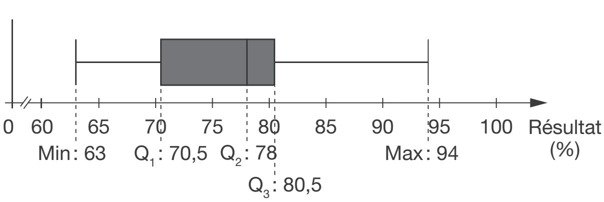


46. a) $\approx 16{,}75\ m^3$ **b)** $\approx 4188{,}79\ cm^3$ **c)** $\approx 121\ 410\ cm^3$

47. a) 456 976 mots. **b)** 358 800 mots.

48. a) La règle de la fonction est $y = \frac{-7}{3}x + \frac{43}{3}$. **b)** La règle de la fonction est $y = \frac{36}{x}$.

49.

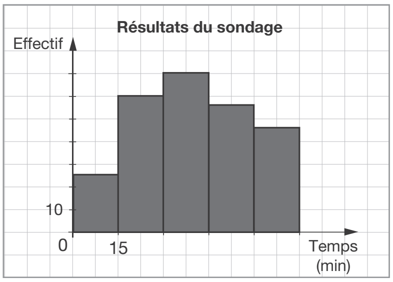


Page 393

50. a) $\frac{1}{165\ 765\ 600}$ **b)** $\frac{1}{230\ 230}$

51. Cette affirmation est fausse, car le résultat de chaque lancer est indépendant des résultats des lancers précédents. À chaque lancer, la probabilité d'obtenir pile égale celle d'obtenir face et vaut $\frac{1}{2}$.

52. a)



b) 1) $\approx 39{,}56$ min
2) 75 min
3) 37,5 min
4) 37,5 min

53. $\sqrt[3]{10}$ dm $\approx 2{,}15$ dm
Réponse : Une arête de ce cube mesure environ 2,15 dm.

Page 394

54. L'aire de cette sphère est d'environ 4,84 dm^2.

55. Échantillonnage systématique.

56. a) *Plusieurs réponses possibles. Exemple :* $y \approx {}^{-}2{,}04x + 22{,}37$

b) *Plusieurs réponses possibles. Exemple :* $y \approx \dfrac{16{,}0625}{x}$

57. La probabilité est de $\frac{11}{36}$.

58. Le rapport des volumes est $\frac{27}{125}$ ou $\frac{125}{27}$.

Page 395

59. Règles qui donnent la longueur l de chaque microtige en fonction de la température t :

$l_Ⓐ = 0{,}012(t - 25) + 1{,}5$
$l_Ⓑ = 0{,}017(t - 25) + 1{,}2$

$$l_Ⓐ = l_Ⓑ$$
$$0{,}012(t - 25) + 1{,}5 = 0{,}017(t - 25) + 1{,}2$$
$$t = 85\ °C$$

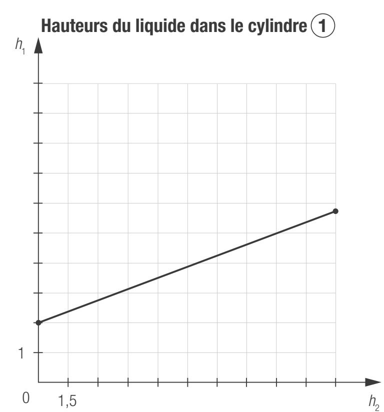
$l_Ⓐ = l_Ⓑ$
$l_Ⓑ = 0{,}017(85 - 25) + 1{,}2$
$= 2{,}22\ \mu m$

Réponse : Les deux microtiges auront la même longueur, soit 2,22 μm, à une température de 85 °C.

60. Le volume (en dm^3) de la partie immergée varie selon la règle $V_2 = \pi \times 0{,}2^2 \times h_2$.
Puisque le cylindre 1 contient déjà 1 dm^3 de liquide, le volume V_1 (en dm^3) de liquide dans le cylindre 1 correspond à $1 + V_2$. On a donc :

$V_1 = 1 + V_2$
$\pi \times 0{,}4^2 \times h_1 = 1 + \pi \times 0{,}2^2 \times h_2$
$h_1 = \dfrac{1 + 0{,}04\pi h_2}{0{,}16\pi}$
$= \dfrac{h_2}{4} + \dfrac{1}{0{,}16\pi}$

Réponse : La règle est $h_1 = \dfrac{h_2}{4} + \dfrac{1}{0{,}16\pi}$.



Page 396

61. Bien que le résultat maximal de Marianne soit supérieur au résultat maximal de Marc-André, le diagramme montre que le minimum ainsi que tous les quartiles associés aux résultats de Marc-André sont supérieurs aux mesures homologues associées aux résultats de Marianne. On en conclut que généralement, Marc-André a obtenu des résultats supérieurs à ceux de Marianne et que celui-ci a été plus constant. Marc-André a donc connu la meilleure année.

62. $P(A) = \dfrac{V_{\text{cône}}}{V_{\text{cylindre}}} = \dfrac{\dfrac{\pi(2x)^2\left(\dfrac{4x}{3}\right)}{3}}{\pi(2x)^2\left(\dfrac{4x}{3} + 3x + 1\right)} = \dfrac{\dfrac{4x}{9}}{\dfrac{13x}{3} + 1}$

$P(B) = \dfrac{V_{\text{cylindre bleu}}}{V_{\text{cylindre}}} = \dfrac{\pi(2x)^2\,(3x + 1)}{\pi(2x)^2\left(\dfrac{4x}{3} + 3x + 1\right)} = \dfrac{3x + 1}{\dfrac{13x}{3} + 1}$

On peut démontrer que l'énoncé $P(A) < P(B)$ est toujours vrai en démontrant que l'énoncé $P(A) \geq P(B)$ est toujours faux.

$P(A) \geq P(B)$

$\dfrac{\dfrac{4x}{9}}{\dfrac{13x}{3} + 1} \geq \dfrac{3x + 1}{\dfrac{13x}{3} + 1}$

$x \leq -\dfrac{9}{23}$

Or, le solide illustré n'existe que si $x > 0$. Il est donc impossible dans ce contexte que $x \leq -\dfrac{9}{23}$.

Réponse : Puisque l'énoncé $P(A) \geq P(B)$ est toujours faux, l'énoncé $P(A) < P(B)$ est toujours vrai.

Page 397

63. a) Nombre d'ensembles = nombre de combinaisons de 3 éléments parmi 14 éléments : $\dfrac{14 \times 13 \times 12}{3 \times 2 \times 1} = 364$

Réponse : Il est possible de former 364 ensembles de gardiens de but.

b) N : La moyenne du gardien choisi n'est pas située dans le dernier quart.

O : Les événements intermédiaires possibles associés à cette situation.

La moyenne du gardien choisi est située dans le dernier quart.

P(titulaire et au moins un substitut) : $P(O, O, O) + P(O, O, N) + P(O, N, O)$

$= \dfrac{3}{14} \times \dfrac{2}{13} \times \dfrac{1}{12} + 2 \times \dfrac{3}{14} \times \dfrac{2}{13} \times \dfrac{11}{12} = \dfrac{23}{364}$

Réponse : La probabilité est de $\dfrac{23}{364}$.

64. Rapport de similitude $= \left(\dfrac{2}{3}a^2b + \dfrac{2}{3}ab^2\right) \div \dfrac{2}{3}ab$

$V_2 = a^2b^2(2a + 3b)(a + b)^3$

$= (2a^3b^2 + 3a^2b^3)(a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3)$

Réponse : L'expression algébrique qui correspond au volume du solide A est $(2a^6b^2 + 9a^5b^3 + 15a^4b^4 + 11a^3b^5 + 3a^2b^6)$ cm^3.

Page 398

65. $V = 2x(3x + 2)(5x - 10)$

$A = 2(2x)(3x + 2) + 2(2x)(5x - 10) + 2(3x + 2)(5x - 10) = 62x^2 - 72x - 40$

Puisque les dimensions doivent être positives, on a :

$5x - 10 > 0$

$x > 2$

$3x + 2 > 0$

$x > -\dfrac{2}{3}$

$2x > 0$

$x > 0$

x	Aire (cm^2) ($62x^2 - 72x - 40$)	Volume (cm^3) $2x(3x + 2)(5x - 10)$	$\dfrac{\text{aire}}{\text{volume}}$ (cm^{-1})
3	302	330	≈ 0,92
4	664	1120	≈ 0,59
5	1150	2550	≈ 0,45
6	1760	4800	≈ 0,37

On en déduit que x appartient à l'intervalle [3, 6]. Les dimensions de ce prisme sont de 12 cm sur 20 cm sur 20 cm.

Réponse : Puisque deux des dimensions sont égales, on en déduit que ce prisme a une base carrée.

66. Dans cet hexagone, l'apothème correspond à la plus grande cathète d'un triangle rectangle dont la mesure de l'hypoténuse est de c et dont celle de la plus petite cathète est de $\dfrac{c}{2}$. On a donc :

$a = \sqrt{c^2 - \left(\dfrac{c}{2}\right)^2}$

$= \dfrac{\sqrt{3}}{2}c$