Les termes de la suite recherchée sont donc 7, 11, 15, 19, …

On remarque que cette suite est arithmétique et que sa régularité est +4. Sa règle est $t = 4n + 3$.

Pour que tous les quartiles d'une distribution correspondent à une moyenne entre deux données, le nombre de données doit être pair. On peut donc construire le tableau suivant.

Nombre de données de la distribution	Q_1 correspond-il à une moyenne ?	Q_2 correspond-il à une moyenne ?	Q_3 correspond-il à une moyenne ?
4	Oui	Oui	Oui
6	Non	Oui	Non
8	Oui	Oui	Oui
10	Non	Oui	Non
12	Oui	Oui	Oui
14	Non	Oui	Non
16	Oui	Oui	Oui
18	Non	Oui	Non
20	Oui	Oui	Oui
…	…	…	…

Les termes de la suite recherchée sont donc 4, 8, 12, 16, 20, …

On remarque que cette suite est arithmétique et que sa régularité est +4. Sa règle est $t = 4n$.

Réponse : Les règles sont $t = 4n + 3$ et $t = 4n$.

CHAPITRE 8 La probabilité

Rappel Les expériences aléatoires, les événements, les expériences aléatoires avec ou sans remise et avec ou sans ordre

Page 310

1. a) Ω = {1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, valet, dame, roi} **b)** Ω = {rouge, bleu, vert} **c)** Ω = {M, A, T, H, E, I, Q, U, S}
d) Ω = {1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10} **e)** Ω = {concombre, carotte, navet, brocoli}

Page 311

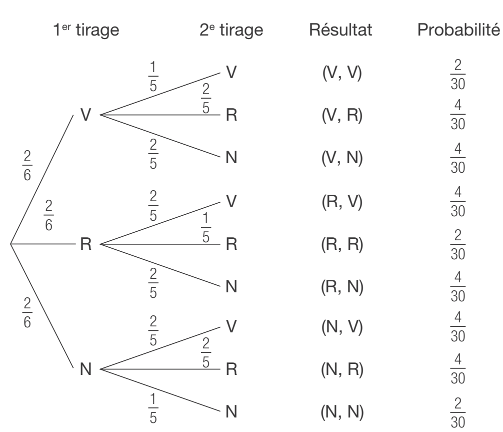
2. a) 1) $\frac{1}{2}$ ou 0,5. 2) $\frac{5}{12}$ **b)** L'événement C a le plus de chances de se produire, car $P(\text{C}) = \frac{6}{12}$ et $P(\text{D}) = \frac{4}{12}$.

3. a) Événements indépendants. **b)** Événements indépendants.
c) Événements dépendants. **d)** Événements dépendants.

4. a) 1) 4 2) 3
b) 1) $P(\text{G, G}) + P(\text{F, F}) = \frac{1}{4} + \frac{1}{4} = \frac{1}{2}$ 2) $P(\text{F, G}) + P(\text{G, F}) = \frac{1}{4} + \frac{1}{4} = \frac{1}{2}$
c) 1) $P(\text{G, G}) + P(\text{F, F}) = 0{,}4 \times 0{,}4 + 0{,}6 \times 0{,}6 = 0{,}52$ 2) $P(\text{F, G}) + P(\text{G, F}) = 0{,}6 \times 0{,}4 + 0{,}4 \times 0{,}6 = 0{,}48$

Page 312

5. a) 2 **b)**



c) 1) 9 2) 6

d) Ils sont dépendants, car la probabilité des événements intermédiaires de la 2e étape diffère selon la réalisation des événements intermédiaires de la 1re étape.

e) 1) A {(V, V), (R, R), (N, N)} B {(V, R), (R, V), (R, N), (N, R)} C {(V, V), (V, R), (R, V), (N, V), (V, N)}

2) $P(A) = \frac{2}{30} + \frac{2}{30} + \frac{2}{30} = \frac{6}{30} = \frac{1}{5}$

$P(B) = \frac{4}{30} + \frac{4}{30} + \frac{4}{30} + \frac{4}{30} = \frac{16}{30} = \frac{8}{15}$

$P(C) = \frac{2}{30} + \frac{4}{30} + \frac{4}{30} + \frac{4}{30} + \frac{4}{30} = \frac{18}{30} = \frac{3}{5}$

Section 8.1 Les permutations, les arrangements et les combinaisons

Page 314

1. a) Arrangements. **b)** Permutations. **c)** Arrangements. **d)** Combinaisons.

Page 315

2. a) $10 \times 9 \times 8 \times 7 \times 6 \times 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 3\,628\,800$ **b)** $10 \times 9 \times 8 \times 7 = 5040$

c) $\frac{10 \times 9 \times 8 \times 7 \times 6}{5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1} = \frac{30\,240}{120} = 252$ **d)** $13 \times 13 \times 13 \times 13 \times 13 \times 13 \times 13 \times 13 = 815\,730\,721$

e) $13 \times 12 \times 11 \times 10 \times 9 \times 8 \times 7 \times 6 \times 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 6\,227\,020\,800$

f) $\frac{15 \times 14 \times 13 \times 12}{4 \times 3 \times 2 \times 1} = \frac{32\,760}{24} = 1365$

3. a) 1) Arrangements. 2) $5 \times 4 \times 3 = 60$ résultats possibles.

b) 1) Combinaisons. 2) $\frac{5 \times 4 \times 3}{3 \times 2 \times 1} = 10$ résultats possibles.

c) 1) Arrangements. 2) $5 \times 5 \times 5 = 125$ résultats possibles.

d) 1) Permutations. 2) $5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 120$ résultats possibles.

Page 316

4. a) Cela signifie que l'ordre dans lequel Jean-Marc place les nombres qui permettent l'ouverture de son cadenas n'a pas d'importance. Or, l'ordre est important dans ce contexte.

b) 1) Nombre d'arrangements : $40 \times 40 \times 40 = 64\,000$
Réponse : Il peut exister 64 000 cadenas différents.

2) Nombre d'arrangements : $40 \times 39 \times 38 = 59\,280$
Réponse : Il peut exister 59 280 cadenas différents.

5. a) Nombre de listes : $16 \times 16 \times 16 \times 16 \times 16 = 16^5 = 1\,048\,576$
Réponse : Ce lecteur peut créer 1 048 576 listes différentes.

b) Nombre de listes : $16 \times 15 \times 14 \times 13 \times 12 = 524\,160$
Réponse : Ce lecteur peut créer 524 160 listes différentes.

c) Nombre de listes : $\frac{16 \times 15 \times 14 \times 13 \times 12}{5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1} = 4368$
Réponse : Ce lecteur peut créer 4368 listes différentes.

Page 317

6. a) 1) Le nombre d'éléments dans l'ensemble de départ.

2) Le nombre d'éléments choisis dans l'ensemble de départ.

b) Ordonner un ensemble de 9 éléments équivaut à choisir aléatoirement, sans répétition et en tenant compte de l'ordre, 9 éléments dans un ensemble qui en contient 9.

7. Option 1 : Nombre de plaques $= 10 \times 10 \times 10 \times 26 \times 25 \times 24 = 15\,600\,000$

Option 2 : Nombre de plaques $= 10 \times 9 \times 8 \times 26 \times 26 \times 26 = 12\,654\,720$

Option 3 : Nombre de plaques $= 10 \times 10 \times 10 \times 26 \times 26 \times 26 = 17\,576\,000$

Option 4 : Nombre de plaques $= 10 \times 9 \times 8 \times 26 \times 25 \times 24 = 11\,232\,000$

Réponse : Les options 1 et 3 répondent aux besoins du ministère des Transports, car elles permettent l'attribution d'au moins 14 millions de numéros d'immatriculation.

Page 318

8. Nombre de mains : $\frac{52 \times 51 \times 50 \times 49 \times 48}{5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1} = 2\ 598\ 960$

Réponse : Il existe 2 598 960 mains différentes.

9. Nombre de façons : $8 \times 7 \times 6 \times 5 = 1680$

Réponse : Il est possible de peindre le personnage de 1680 façons différentes.

10. a) Nombre d'équipes : $\frac{15 \times 14 \times 13 \times 12 \times 11 \times 10}{6 \times 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1} = 5005$

Réponse : On peut former 5005 équipes différentes.

b) Nombre d'équipes : $15 \times 14 \times 13 \times 12 \times 11 \times 10 = 3\ 603\ 600$

Réponse : On peut former 3 603 600 équipes différentes.

Page 319

11. Possibilités pour les pains : 3

Possibilités pour les viandes : $\frac{4 \times 3}{2 \times 1} = 6$

Possibilités pour les garnitures : $\frac{5 \times 4 \times 3}{3 \times 2 \times 1} = 10$

Nombre de sous-marins : $3 \times 6 \times 10 = 180$

Réponse : Il est possible de confectionner 180 sous-marins.

12. 1 Nombre de résultats = Nombre de billes disponibles pour la 1[re] case × Nombre de billes disponibles pour la 2[e] case × Nombre de billes disponibles pour la 3[e] case
= 5 × 4 × 3
= 60

2 Nombre de résultats = Nombre de cases disponibles pour la 1[re] bille × Nombre de cases disponibles pour la 2[e] bille × Nombre de cases disponibles pour la 3[e] bille
= 5 × 4 × 3
= 60

Réponse : Les deux expériences ont un nombre identique de résultats possibles.

Page 320

13. a) Nombre de façons : $8 \times 7 \times 6 \times 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 40\ 320$

Réponse : Les membres peuvent s'asseoir de 40 320 façons différentes.

b) Nombre de façons : $\frac{8 \times 7 \times 6 \times 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1}{8} = 5040$

Réponse : Les membres peuvent s'asseoir de 5040 façons différentes.

14. a) Nombre d'équipes : $\frac{9 \times 8 \times 7 \times 6 \times 5 \times 4}{6 \times 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1} = 84$

Réponse : Il est possible de former 84 équipes.

b) Nombre d'ensembles de 3 filles qu'il est possible de former : $\frac{5 \times 4 \times 3}{3 \times 2 \times 1} = 10$

Nombre d'ensembles de 3 garçons qu'il est possible de former : $\frac{4 \times 3 \times 2}{3 \times 2 \times 1} = 4$

On jumelle un ensemble de filles avec un ensemble de garçons. On a donc $10 \times 4 = 40$ possibilités.

Réponse : 40 équipes sont constituées d'autant de filles que de garçons.

Section 8.2 La probabilité théorique, la probabilité fréquentielle et la probabilité d'un ou de plusieurs événements

Page 322

1. a) Il y a 36 résultats possibles. **b)** 1) 1 2) 18 3) 15 **c)** 1) $\frac{1}{36}$ 2) $\frac{18}{36} = \frac{1}{2}$ 3) $\frac{15}{36} = \frac{5}{12}$

2. a) Non, les mots qu'il est possible de former avec les 4 lettres tirées sont les mêmes, quel que soit l'ordre dans lequel elles ont été tirées.

b) Nombre de résultats possibles : $\frac{26 \times 25 \times 24 \times 23}{4 \times 3 \times 2 \times 1} = 14\ 950$

Réponse : Il y a 14 950 résultats possibles.

c) Il y a 4 combinaisons qui permettent de former l'un des mots donnés, c'est-à-dire 4 résultats favorables.

d) $P(\text{A}) = \dfrac{\text{nombre de résultats favorables}}{\text{nombre de résultats possibles}}$

$= \dfrac{4}{14\,950}$

Réponse : La probabilité est de $\dfrac{2}{7475}$.

Page 323

3. **a)** 1) $\dfrac{73}{120}$ 2) $\dfrac{1}{12}$ **b)** 1) $\dfrac{19}{30}$ 2) $\dfrac{277}{390}$ **c)** 1) $\dfrac{121}{205}$ 2) $\dfrac{188}{615}$

d) Il s'agit de probabilités fréquentielles, car elles ont été déterminées à l'aide des résultats associés aux 1740 derniers lancers.

e) C'est en **c) 1),** soit $\dfrac{121}{205}$, car cette probabilité a été obtenue à l'aide du plus grand nombre de répétitions de l'expérience.

f) En additionnant les fréquences de chaque tableau, on trouve $P(\text{obtenir un nombre pair}) = \dfrac{523}{870}$. Cette probabilité est encore plus proche de la probabilité théorique, car elle a été obtenue à la suite de 1740 répétitions de l'expérience.

Page 324

4. **a)** $P(\text{3 fois le même résultat}) = P(\text{P, P, P}) + P(\text{F, F, F})$

$= \dfrac{1}{2} \times \dfrac{1}{2} \times \dfrac{1}{2} + \dfrac{1}{2} \times \dfrac{1}{2} \times \dfrac{1}{2}$

$= \dfrac{1}{4}$

b) Il s'agit d'une probabilité théorique, car elle a été déterminée à l'aide d'un raisonnement mathématique qui ne nécessite pas de faire l'expérience.

5. **a)** Si R représente un lancer réussi et M, un lancer manqué, on a :

$P(\text{R, R}) = P(\text{R}) \times P(\text{R})$

$= \dfrac{167}{220} \times \dfrac{167}{220}$

Réponse : La probabilité est d'environ 57,62 %.

b) $P(\text{R, M}) + P(\text{M, R}) = 2 \times P(\text{R}) \times P(\text{M})$

$= 2 \times \dfrac{167}{220} \times \dfrac{53}{220}$

Réponse : La probabilité est d'environ 36,57 %.

c) $P(\text{M, M}) = P(\text{R}) \times P(\text{R})$

$= \dfrac{53}{220} \times \dfrac{53}{220}$

Réponse : La probabilité est d'environ 5,8 %.

Page 325

6. **a)** $\dfrac{75}{80} = \dfrac{15}{16}$ **b)** $\dfrac{5}{80} = \dfrac{1}{16}$ **c)** $\dfrac{15}{16} \times \dfrac{15}{16} \times \dfrac{15}{16} = \dfrac{3375}{4096}$

d) $4 \times \dfrac{15}{16} \times \dfrac{15}{16} \times \dfrac{15}{16} \times \dfrac{1}{16} = \dfrac{3375}{16\,384}$ **e)** $6 \times \dfrac{15}{16} \times \dfrac{15}{16} \times \dfrac{1}{16} \times \dfrac{1}{16} = \dfrac{675}{32\,768}$

7. **a)** 1) $3 \times \dfrac{48}{100} \times \dfrac{48}{100} \times \dfrac{52}{100} = 35{,}9424\,\%$

2) $3 \times \dfrac{33}{100} \times \dfrac{33}{100} \times \dfrac{67}{100} = 21{,}8889\,\%$

b) Il s'agit de la pièce 2. En effet, la probabilité fréquentielle d'obtenir pile s'éloigne plus de la probabilité théorique pour cette pièce qu'avec la pièce 1.

Page 326

8. **a)** Nombre de combinaisons de trois couleurs : $\dfrac{5 \times 4 \times 3}{3 \times 2 \times 1} = 10$

Nombre de combinaisons favorables : 1

Réponse : La probabilité est de $\dfrac{1}{10}$.

b) Nombre d'arrangements de trois couleurs : $5 \times 4 \times 3 = 60$

Nombre d'arrangements favorables : 2, soit (rouge, jaune, vert) et (rose, jaune, vert).

Réponse : La probabilité que les bâtonnets glacés vert, rose et bleu soient choisis est de $\dfrac{2}{60} = \dfrac{1}{30}$.

9. **a)** Nombre de combinaisons possibles des 5 cartes : $\dfrac{52 \times 51 \times 50 \times 49 \times 48}{5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1} = 2\,598\,960$

Nombre de combinaisons possibles de 5 cartes de la même couleur : $\dfrac{13 \times 12 \times 11 \times 10 \times 9}{5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1} = 1287$

Puisqu'il y a 4 couleurs, il y a en tout $4 \times 1287 = 5148$ différentes couleurs.

Réponse : La probabilité d'avoir une couleur est de $\dfrac{5148}{2\,598\,960} = \dfrac{1287}{649\,740}$.

b) Il y a 10 combinaisons possibles de 5 cartes consécutives d'une même couleur. Ces combinaisons sont (as, 2, 3, 4, 5), (2, 3, 4, 5, 6), …, (10, valet, dame, roi, as).

Puisqu'il y a 4 couleurs, il y a en tout $4 \times 10 = 40$ différentes quintes couleur.

$$P(\text{quinte couleur}) = \frac{40}{2\,598\,960} = \frac{1}{64\,974}$$

Réponse : La probabilité d'avoir une quinte couleur est de $\frac{1}{64\,974}$.

Page 327

10. a) Il y a $49 \times 48 \times 47 \times 46 \times 45 \times 44 = 10\,068\,347\,520$ numéros possibles. Un seul permet de gagner 5 000 000 $.

Réponse : La probabilité de gagner 5 000 000 $ est de $\frac{1}{10\,068\,347\,520}$.

b) Il y a $6 \times 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 720$ numéros contenant les 6 nombres du numéro gagnant. Un de ces numéros permet de gagner 5 000 000 $. Il y a donc 719 numéros qui permettent de gagner 200 000 $.

Réponse : La probabilité de gagner 200 000 $ est de $\frac{719}{10\,068\,347\,520}$.

c) Nombre de billets dont les 5 premiers nombres sont les bons et dans le bon ordre.

$1 \times 1 \times 1 \times 1 \times 1 \times 43 = 43$ billets qui respectent ce critère.

Nombre de billets dont les 5 derniers nombres sont les bons et dans le bon ordre.

$43 \times 1 \times 1 \times 1 \times 1 \times 1 = 43$ billets qui respectent ce critère.

Réponse : La probabilité de gagner 100 000 $ est de $\frac{86}{10\,068\,347\,520} = \frac{43}{5\,034\,173\,760}$.

d) Il y a 86 numéros contenant les 5 premiers nombres du numéro gagnant dans le bon ordre. Pour chacun de ces numéros, il existe $6 \times 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 720$ permutations possibles.

Il y a en tout $86 \times 720 = 61\,920$ numéros qui contiennent les 5 premiers nombres du numéro gagnant, dont 86 permettent de gagner 100 000 $. On en déduit que 61 834 numéros permettent de gagner 50 000 $.

Réponse : La probabilité de gagner 50 000 $ est de $\frac{61\,834}{10\,068\,347\,520} = \frac{30\,917}{5\,034\,173\,760}$.

Page 328

11. a) Nombre de combinaisons possibles des 5 nombres tirés : $\frac{75 \times 74 \times 73 \times 72 \times 71}{5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1} = 17\,259\,390$

Parmi ces combinaisons, une seule permet de recouvrir la 1re ligne après 5 tirages.

$P(\text{recouvrir la 1re ligne après 5 tirages}) = \frac{1}{17\,259\,390}$

Réponse : La probabilité est de $\frac{1}{17\,259\,390}$.

b) Il y a 12 combinaisons qui permettent de gagner, soit les combinaisons associées à chacune des 5 lignes, des 5 colonnes et des 2 diagonales.

$P(\text{gagner après 5 tirages}) = \frac{12}{17\,259\,390} = \frac{2}{2\,876\,565}$

Réponse : La probabilité que ce joueur gagne après 5 tirages est de $\frac{2}{2\,876\,565}$.

12. a) $300\,000 \times \frac{45}{3855} \approx 3501{,}95$

Réponse : Environ 3502 ampoules devraient être défectueuses.

b) $n \times \frac{45}{3855} = 10$

$n = 10 \times \frac{3855}{45} \approx 856{,}67$

Réponse : On devrait tester environ 857 ampoules.

Section 8.3 Les variables aléatoires discrètes, les variables aléatoires continues et la probabilité géométrique

Page 331

1. a) Continue. **b)** Discrète. **c)** Continue. **d)** Continue. **e)** Discrète.

2. L'âge de Charles n'est pas une valeur associée à un résultat possible d'une expérience aléatoire.

3. a) $\frac{6}{17} \approx 0{,}35$ **b)** $\frac{4{,}5}{4\pi} \approx 0{,}36$ **c)** $\frac{2}{9} \approx 0{,}22$

d) $\frac{5}{18} \approx 0{,}28$ **e)** $\frac{7{,}7}{34{,}7} \approx 0{,}22$ **f)** $\approx \frac{3{,}61}{8{,}61} \approx 0{,}42$

Page 332

4. a) $\frac{3}{13} \approx 0{,}23$ **b)** $\frac{13}{32} \approx 0{,}41$ **c)** $\frac{263}{360} \approx 0{,}73$

d) $\approx 0{,}83$ **e)** $\approx 0{,}86$ **f)** $\frac{1}{\pi} \approx 0{,}32$

5. a) $\frac{1}{3} \approx 0{,}33$ **b)** $\frac{1}{8} = 0{,}125$ **c)** $\frac{1}{15{,}625} = 0{,}064$

Page 333

6. a) Rapport des rayons $= \frac{1}{5}$

$A_{\text{grand disque}} = \pi \times 5^2 = 25\pi \text{ cm}^2$

$A_{\text{petit disque}} = \pi \times 1^2 = \pi \text{ cm}^2$

$P(\text{A}) = \frac{\text{aire du petit disque}}{\text{aire du grand disque}} = \frac{\pi}{25\pi} = \frac{1}{25}$

Réponse : P(A) est différente du rapport des rayons. La conjecture est réfutée.

b) Carré du rapport des rayons $= \left(\frac{1}{5}\right)^2 = \frac{1}{25}$

$P(\text{A}) = \frac{\text{aire du petit disque}}{\text{aire du grand disque}} = \frac{\pi}{25\pi} = \frac{1}{25}$

Réponse : P(A) égale le carré du rapport des rayons. La conjecture est démontrée.

c) Pour la figure 1, $P(\text{A}) = \frac{\text{aire du petit disque}}{\text{aire du grand disque}} = \frac{\pi}{25\pi} = \frac{1}{25}$

Pour la figure 2, $P(\text{A}) = \frac{\text{aire du petit disque}}{\text{aire du grand disque}} = \frac{\pi}{25\pi} = \frac{1}{25}$

Réponse : P(A) est identique pour les deux figures. La conjecture est réfutée.

7. $P(\text{point sur la partie jaune}) = \frac{\text{aire de la partie jaune}}{\text{aire du grand disque}} = \frac{0{,}5 \times \pi \times 3^2 + 0{,}5 \times \pi \times 0{,}5^2}{\pi \times 3^2} \approx 0{,}5139$

Réponse : La probabilité est d'environ 51,39 %.

Page 334

8. a) Voici les événements intermédiaires possibles concernés :

S : La fléchette atteint la région indiquée.

E : La fléchette n'atteint pas la région indiquée.

$P(\text{S}) = \frac{\text{aire de la région rouge}}{\text{aire de la cible}} = \frac{\pi \times 1^2}{\pi \times 8^2} = \frac{1}{64}$

$P(\text{A}) = P(\text{S, S, S}) = \frac{1}{64} \times \frac{1}{64} \times \frac{1}{64} = \frac{1}{262\ 144}$

Réponse : La probabilité est de $\frac{1}{262\ 144}$.

b) $P(\text{B}) = P(\text{S, S, E}) + P(\text{S, E, S}) + P(\text{E, S, S}) = 3 \times \frac{1}{64} \times \frac{1}{64} \times \frac{63}{64} = \frac{189}{262\ 144}$

Réponse : La probabilité est de $\frac{189}{262\ 144}$.

c) $P(\text{S}) = \frac{\text{aire de la région rouge + aire de la région jaune}}{\text{aire de la cible}} = \frac{\pi \times 2^2}{\pi \times 8^2} = \frac{1}{16}$

$P(\text{C}) = 1 - P(\text{E, E, E}) = 1 - \frac{15}{16} \times \frac{15}{16} \times \frac{15}{16} = \frac{721}{4096}$

Réponse : La probabilité est de $\frac{721}{4096}$.

Page 335

9. a) Longueur de la piste : $2 \times 2{,}5 + 0{,}3 + \frac{1}{2} \times 2\pi \times 0{,}3 + 2 \times \frac{1}{4} \times 2\pi \times 0{,}15 \approx 6{,}71$ km

Longueur de la partie bleue : $\frac{1}{2} \times 2\pi \times 0{,}3 \approx 0{,}94$ km

$P(\text{radar bleu}) \approx \frac{0{,}94}{6{,}71}$

Réponse : La probabilité est d'environ 14,04 %.

b) Longueur de la partie verte : $\frac{1}{4} \times 2\pi \times 0{,}15 + 0{,}3 \approx 0{,}54$ km

$P(\text{partie verte}) \approx \frac{0{,}54}{6{,}71}$

Réponse : La probabilité est d'environ 7,98 %.

c) On peut associer cette situation à une expérience aléatoire à trois étapes dont les événements intermédiaires sont :

O : La vitesse de la voiture est captée par le radar.

N : La vitesse de la voiture n'est pas captée par le radar.

$$\begin{aligned} P(\text{au moins 2 radars}) &= P(\text{O, O, O}) + P(\text{O, O, N}) + P(\text{N, O, O}) + P(\text{O, N, O}) \\ &\approx 7{,}98\,\% \times 14{,}04\,\% \times 10{,}43\,\% + 7{,}98\,\% \times 14{,}04\,\% \times 89{,}57\,\% + 92{,}02\,\% \times 14{,}04\,\% \times 10{,}43\,\% \\ &\quad + 7{,}98\,\% \times 85{,}96\,\% \times 10{,}43\,\% \end{aligned}$$

Réponse : La probabilité est d'environ 3,18 %.

Page 336

10. a) 1) $V_{\text{cône}} = \frac{\pi \times 0{,}5^2 \times 8}{3} = \frac{2\pi}{3}$ m^3

$V_{\text{bassin}} = \pi \times 7^2 \times 2 = 98\pi$ m^3

$P(1^{\text{re}} \text{ série}) = \frac{V_{\text{cône}}}{V_{\text{bassin}}} = \frac{\frac{2\pi}{3}}{98\pi} = \frac{1}{147}$

Réponse : La probabilité est de $\frac{1}{147}$.

2) Le résultat obtenu en 1) permet de déduire que le volume du bassin correspond à 147 fois le volume du cône.

$P(2^{\text{e}} \text{ série}) = \frac{V_{\text{cône}}}{V_{\text{bassin}} - V_{\text{cône}}} = \frac{1}{147 - 1} = \frac{1}{146}$

Réponse : La probabilité est de $\frac{1}{146}$.

3) $P(n^{\text{e}} \text{ série}) = \frac{V_{\text{cône}}}{V_{\text{bassin}} - n \times V_{\text{cône}}} = \frac{1}{147 - n}$

Réponse : La probabilité est de $\frac{1}{147 - n}$.

b) $\frac{1}{147 - n} = \frac{1}{2}$

$147 - n = 2$

$n = 145$

Réponse : Après 145 séries d'ultrasons, le dauphin a 1 chance sur 2 de repérer le poisson.

Méli-mélo

Page 337

1. Nombre d'arrangements de 3 éléments parmi 5 éléments : $5 \times 4 \times 3 = 60$

Réponse : On peut y placer les 3 crayons de 60 façons.

2. Nombre de combinaisons de 3 éléments parmi 10 éléments : $\frac{10 \times 9 \times 8}{3 \times 2 \times 1} = 120$

Réponse : Il peut y avoir 120 boîtes à surprises différentes.

3. Nombre de permutations de 7 éléments : $7 \times 6 \times 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 5040$

Réponse : Léon peut les souffler de 5040 façons.

4. Nombre de combinaisons de 4 éléments parmi 45 éléments : $\frac{45 \times 44 \times 43 \times 42}{4 \times 3 \times 2 \times 1} = 148\,995$

Réponse : Il est possible de former 148 995 comités différents.

5. a) Nombre d'indicatifs : $9 \times 10 \times 10 = 900$

Réponse : Il existe 900 indicatifs régionaux.

b) Nombre d'indicatifs : $9 \times 9 \times 8 = 648$

Réponse : Il existe 648 indicatifs régionaux.

Page 338

6. a) Nombre de combinaisons de 5 éléments parmi 26 éléments : $\frac{26 \times 25 \times 24 \times 23 \times 22}{5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1} = 65\ 780$

Il y a une seule combinaison favorable.

Réponse : La probabilité est de $\frac{1}{65\ 780}$.

b) Si l'on a choisi les lettres du mot « MANGE », il existe $5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 120$ permutations possibles dont une seule correspond au mot « MANGE ».

Probabilité : $\frac{1}{65\ 780} \times \frac{1}{120} = \frac{1}{7\ 893\ 600}$

Réponse : La probabilité est de $\frac{1}{7\ 893\ 600}$.

7. a) Nombre de combinaisons de 3 éléments parmi 7 éléments : $\frac{7 \times 6 \times 5}{3 \times 2 \times 1} = 35$

Réponse : Le logiciel peut créer 35 accords différents.

b) Il y a 5 accords différents qui contiennent les notes *do* et *mi.*

Réponse : La probabilité est de $\frac{5}{35} = \frac{1}{7}$.

c) Nombre de combinaisons de 3 éléments parmi 12 éléments : $\frac{12 \times 11 \times 10}{3 \times 2 \times 1} = 220$

Réponse : Le nombre d'accords possibles a augmenté de 220 accords.

Page 339

8. Nombre de permutations de 5 éléments : $5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 120$

Il y a une seule permutation favorable.

Réponse : La probabilité est de $\frac{1}{120}$.

9. a) $\frac{1}{2\pi} \approx 0{,}16$ **b)** $\approx 0{,}19$ **c)** $\frac{1}{2}$ **d)** $\frac{1}{2}$ **e)** $\frac{3}{7} \approx 0{,}43$ **f)** $\frac{1}{25} = 0{,}04$

Page 340

10. a) Puisque chaque couleur contient 13 cartes, il existe 13 carrés différents.

Pour chaque carré, il y a $52 - 4 = 48$ possibilités pour la 5^e carte.

Le nombre de mains qui permettent d'avoir un carré est donc $13 \times 48 = 624$.

Réponse : 624 mains différentes permettent d'avoir un carré.

b) 1) Nombre total de mains : $\frac{52 \times 51 \times 50 \times 49 \times 48}{5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1} = 2\ 598\ 960$

De ce nombre de mains, 48 permettent d'avoir un carré d'as.

Réponse : La probabilité d'avoir un carré d'as est de $\frac{48}{2\ 598\ 960} = \frac{1}{54\ 145}$.

2) $48 \times 9 = 432$ mains permettent d'avoir ce carré de cartes.

Réponse : La probabilité d'avoir ce carré de cartes est de $\frac{432}{2\ 598\ 960} = \frac{9}{54\ 145}$.

11. a) Nombre d'arrangements de 15 éléments parmi 50 éléments : $50 \times 49 \times 48 \times \ldots \times 37 \times 36 \approx 2{,}94 \times 10^{24}$

De ce nombre, un seul correspond à la situation décrite.

Réponse : La probabilité est d'environ $\frac{1}{2{,}94 \times 10^{24}}$.

b) Nombre de combinaisons de 15 éléments parmi 50 éléments : $\frac{50 \times 49 \times \ldots \times 37 \times 36}{15 \times 14 \times \ldots \times 2 \times 1} \approx 2{,}25 \times 10^{12}$

Réponse : La probabilité est d'environ $\frac{1}{2{,}25 \times 10^{12}}$.

Page 341

12. a) 1) La probabilité est de $\frac{7}{460}$.

2) Les événements intermédiaires associés à cette situation sont :

D : Le client choisit un appareil défectueux.

O : Le client choisit un appareil opérationnel.

$P(\text{D, D}) = \frac{7}{460} \times \frac{7}{460}$

Réponse : La probabilité est de $\frac{49}{211\ 600}$.

3) $P(\text{D, D, D}) + P(\text{D, D, O}) + P(\text{O, D, D}) + P(\text{D, O, D})$

$= \frac{7}{460} \times \frac{7}{460} \times \frac{7}{460} + 3 \times \frac{7}{460} \times \frac{7}{460} \times \frac{453}{460}$

Réponse : La probabilité est de $\frac{33\ 497}{48\ 668\ 000}$.

b) Ce sont des probabilités fréquentielles, car elles ont été calculées à partir des résultats d'une série de répétitions de l'expérience « essai d'un appareil ».

13. a) Trois résultats permettent d'obtenir une somme de 4, soit (2, 2), (3, 1) et (1, 3). La probabilité est donc de $\frac{3}{36}$.
Réponse : La probabilité est de $\frac{3}{36}$ ou $\frac{1}{12}$.

b) Huit résultats permettent d'obtenir une somme d'au plus 5, soit (1, 1), (1, 2), (1, 4), (2, 1), (2, 2), (3, 1), (1, 3), (3, 2), (2, 3) et (4, 1). La probabilité est donc de $\frac{10}{36}$.

Réponse : La probabilité est de $\frac{10}{36}$ ou $\frac{5}{18}$.

Page 342

14. a)

Position			Total
Nombre de punaises	**113**	387	500

b) 1) $P(\text{toutes sur la tête}) = \frac{387}{500} \times \frac{387}{500} \times \frac{387}{500}$
$\approx 0,46$

$0,46 = 46\,\%$

$46\,\% < 50\,\%$

Réponse : Puisque la probabilité est d'environ 46 %, elle est inférieure à 50 %.

2) Il y a 3 façons équiprobables que 2 punaises sur 3 tombent sur la tête.

$P(\text{deux sur la tête}) = 3 \times \frac{387}{500} \times \frac{387}{500} \times \frac{113}{500}$
$\approx 0,41$

$0,41 = 41\,\%$

$41\,\% > 40\,\%$

Réponse : Puisque la probabilité est d'environ 41 %, elle est supérieure à 40 %.

15. a) $P(\text{G, G}) = \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{4}$

Réponse : La probabilité est de $\frac{1}{4}$.

b) $P(\text{G, F}) + P(\text{F, G}) = 2 \times \frac{3450}{8050} \times \frac{4600}{8050} = \frac{24}{49}$

Réponse : La probabilité est de $\frac{24}{49}$.

Page 343

16. a) Cette situation correspond à une expérience aléatoire à 4 étapes, soit une étape pour chaque poisson, et dont les événements intermédiaires sont :

O : Le poisson est dans le filet.

X : Le poisson n'est pas dans le filet.

$P(\text{O}) = \frac{\frac{4}{3}\pi(1)^3}{5 \times 7 \times 3}$
$\approx 0,04$ et

$P(\text{X}) = 1 - P(\text{O})$
$\approx 0,96$

Il y a 4 façons différentes et équiprobables d'attraper un seul poisson.

Pour chacune de ces façons, la probabilité est d'environ $0,04 \times 0,96 \times 0,96 \times 0,96 \approx 0,035$.

Réponse : La probabilité est d'environ $4 \times 0,035 \approx 0,14$.

b) Nombre de façons d'attraper 2 poissons parmi 4 : $\frac{4 \times 3}{2 \times 1} = 6$

Pour chacune de ces façons, la probabilité est d'environ $0,04 \times 0,04 \times 0,96 \times 0,96 \approx 0,0015$.

Réponse : La probabilité est d'environ $6 \times 0,0015 \approx 0,0088$.

c) Nombre de façons d'attraper 3 poissons parmi 4 : $\frac{4 \times 3 \times 2}{3 \times 2 \times 1} = 4$

Pour chacune de ces façons, la probabilité est d'environ $0{,}04 \times 0{,}04 \times 0{,}04 \times 0{,}96 \approx 0{,}000\,061$.

Réponse : La probabilité est d'environ $4 \times 0{,}000\,061 \approx 0{,}000\,24$.

d) $P(\text{aucun poisson}) \approx (0{,}96)^4 \approx 0{,}85$

$P(\text{au moins 1 poisson}) = 1 - P(\text{aucun poisson}) = 1 - 0{,}85 \approx 0{,}15$

Réponse : La probabilité est d'environ 0,15.

Page 344

17. a) Les disques représentent les zones de couverture des émetteurs-récepteurs. On en déduit que Xavier et Yolande peuvent communiquer seulement si Yolande se trouve dans la région délimitée par le cercle en pointillé, soit un disque de 400 m de rayon.

$$P(\text{communiquer}) = \frac{\text{aire de la région favorable}}{\text{aire du quartier}} = \frac{\pi \times (400)^2}{1000 \times 2000}$$

Réponse : La probabilité est d'environ 25,13 %.

b) Xavier et Yolande peuvent communiquer seulement si Yolande se trouve dans un disque de 500 m de rayon.

$$P(\text{communiquer}) = \frac{\text{aire de la région favorable}}{\text{aire du quartier}} = \frac{\pi \times (500)^2}{1000 \times 2000}$$

Réponse : La probabilité est d'environ 39,27 %.

SP 18. La cerise

Pages 345-346

Démarche et calculs

Volume du contenant de jus : $V = A_b \times h = \left(9{,}8 \times 26 + \frac{9{,}8 \times 2{,}4}{2}\right) \times 9{,}8 = 2612{,}288 \text{ cm}^3$

Capacité du verre A : $90\,\% \times V = 0{,}9 \times A_b \times h = 0{,}9 \times \pi \times 3{,}68^2 \times 11 \approx 421{,}19 \text{ cm}^3$

Capacité du verre B : $\frac{37}{40} \times V = \frac{37}{40} \times A_b \times h = \frac{37}{40} \times \frac{3{,}55 \times 6 \times 3{,}07}{2} \times 14 \approx 423{,}41 \text{ cm}^3$

Capacité du verre C : $0{,}92 \times V = 0{,}92 \times (\text{volume du grand cône} - \text{volume du petit cône}) = 0{,}92 \times \left(\frac{\pi \times 5{,}4^2 \times 15}{3} - \frac{\pi \times 1{,}08^2 \times 3}{3}\right) \approx 418{,}03 \text{ cm}^3$

Il est plus probable que la cerise soit contenue dans le verre B, et la probabilité est de : $\frac{423{,}41}{2612{,}288} \approx 16{,}21\,\%$

Aire latérale du verre B : $A_L = P_b \times h = 3{,}55 \times 6 \times 14 = 298{,}2 \text{ cm}^2$

Aire totale du verre B : $A_T = A_L + A_b = 298{,}2 + \frac{3{,}55 \times 6 \times 3{,}07}{2} = 330{,}8955 \text{ cm}^2$

Note : Pour calculer l'aire d'un verre, on n'utilise qu'une seule base.

La probabilité que le prénom du fils de Maryse soit noté sur l'aire latérale du verre est de : $\frac{298{,}2}{330{,}8955} \approx 90{,}12\,\%$

Réponse : Le fils de Maryse a choisi le verre B. La probabilité que la cerise soit contenue dans ce verre est d'environ 16,21 % et la probabilité que Maryse note le prénom de son fils sur l'aire latérale de ce verre est d'environ 90,12 %.

SP 19. Mastermind

Pages 347-348

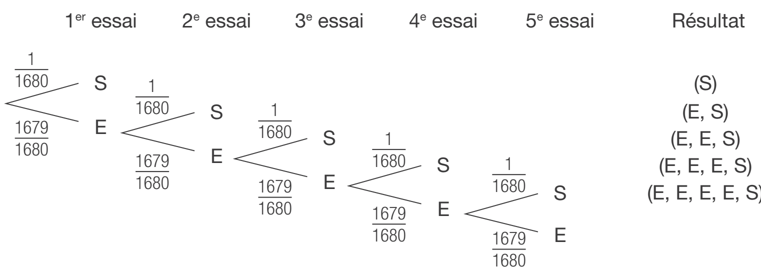
Démarche et calculs

Cette situation correspond à une expérience aléatoire à 5 étapes, soit une étape par essai, dont les événements intermédiaires sont :

S « l'arrangement donné est exact » et E « l'arrangement donné est inexact ».

Variante 1

- Nombre d'arrangements de 4 éléments sans répétition parmi 8 éléments : $8 \times 7 \times 6 \times 5 = 1680$
- Dans cette situation, le nombre d'arrangements disponibles pour chaque essai, soit 1680, ne change pas.
- De plus, puisque l'expérience s'arrête lorsque le joueur réussit, l'arbre de probabilités associé à cette situation est le suivant.



P(réussir après au plus 5 essais)

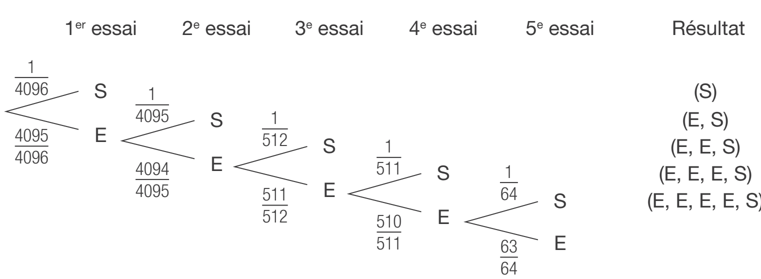
$= P(\text{S}) + P(\text{E, S}) + P(\text{E, E, S}) + P(\text{E, E, E, S}) + P(\text{E, E, E, E, S})$

$= \frac{1}{1680} + \frac{1679}{1680} \times \frac{1}{1680} + \frac{1679}{1680} \times \frac{1679}{1680} \times \frac{1}{1680} + \frac{1679}{1680} \times \frac{1679}{1680} \times \frac{1679}{1680} \times \frac{1}{1680} + \frac{1679}{1680} \times \frac{1679}{1680} \times \frac{1679}{1680} \times \frac{1679}{1680} \times \frac{1}{1680}$

$\approx 0{,}002\,97 \approx 0{,}3\,\%$

Variante 2

- Nombre d'arrangements pour :
  - le 1er essai : $8 \times 8 \times 8 \times 8 = 4096$
  - le 2e essai : $8 \times 8 \times 8 \times 8 - 1 = 4095$
  - le 3e essai : $8 \times 8 \times 8 = 512$
  - le 4e essai : $8 \times 8 \times 8 - 1 = 511$
  - le 5e essai : $8 \times 8 = 64$
- Dans cette situation, le nombre d'arrangements possibles pour un essai diminue de 1 pour l'essai suivant.
- De plus, puisque l'expérience s'arrête lorsque le joueur réussit, l'arbre de probabilités associé à cette situation est le suivant.



P(réussir après au plus 5 essais)

$= P(\text{S}) + P(\text{E, S}) + P(\text{E, E, S}) + P(\text{E, E, E, S}) + P(\text{E, E, E, E, S})$

$= \frac{1}{4096} + \frac{4095}{4096} \times \frac{1}{4095} + \frac{4095}{4096} \times \frac{4094}{4095} \times \frac{1}{512} + \frac{4095}{4096} \times \frac{4094}{4095} \times \frac{511}{512} \times \frac{1}{511} + \frac{4095}{4096} \times \frac{4094}{4095} \times \frac{511}{512} \times \frac{510}{511} \times \frac{1}{64}$

$\approx 0{,}019\,94 \approx 1{,}99\,\%$

Réponse : La variante 2 offre une plus forte probabilité de l'emporter après au plus 5 essais.

SR 20. Sur la cible

Pages 349-350

Démarche et calculs

1) Analyse de la situation

On peut considérer cette situation comme une expérience aléatoire à 4 étapes dont les événements intermédiaires possibles sont :

S : La fléchette atteint le disque rouge.

E : La fléchette n'atteint pas le disque rouge.

La seule façon de ne pas gagner à ce jeu est qu'aucune fléchette n'atteigne le disque rouge. Ainsi, on a :

$P(\text{ne pas gagner}) = P(\text{E, E, E, E})$

On en déduit que :

$$\begin{aligned} P(\text{gagner}) &= 1 - P(\text{ne pas gagner}) \\ &= 1 - P(\text{E, E, E, E}) \end{aligned}$$

2) Probabilité qu'une fléchette atteigne le disque rouge

Puisqu'on ne connaît pas la probabilité de chacun des événements intermédiaires, on peut leur attribuer une variable. Ainsi :

$P(\text{E}) = x$ et $P(\text{S}) = 1 - x$, car S et E sont des événements complémentaires.

$$\begin{aligned} P(\text{gagner}) &= 1 - P(\text{E, E, E, E}) \\ &= 1 - x \times x \times x \times x \\ &= 1 - x^4 \end{aligned}$$

Pour que la probabilité de gagner soit d'au moins 50 %, on a :

$$\begin{aligned} P(\text{gagner}) &\geq 0{,}5 \\ 1 - x^4 &\geq 0{,}5 \\ x &\leq \approx 0{,}84 \end{aligned}$$

La probabilité que la fléchette n'atteigne pas le disque rouge doit être inférieure ou égale à environ 0,841.

La probabilité que la fléchette atteigne le disque rouge doit être supérieure ou égale à environ 0,16.

3) Rayon du disque rouge

$$\begin{aligned} P(\text{S}) &\geq 0{,}16 \\ \frac{\text{aire du disque rouge}}{\text{aire du disque vert}} &\geq 0{,}16 \\ \frac{\pi r^2}{\pi R^2} &\geq 0{,}16 \\ r^2 &\geq 0{,}16R^2 \\ r &\geq 0{,}4R \end{aligned}$$

Réponse : Le rayon du disque rouge doit effectivement mesurer au moins 40 % du rayon du disque vert.

RÉINVESTISSEMENT

Page 351

1. Louis

$$\begin{aligned} \text{Vitesse moyenne} &= 0{,}8 \times 4{,}2 \times 10^5 \text{ o/s} \\ &= 3{,}36 \times 10^5 \text{ o/s} \end{aligned}$$

1,35 Go $= 1{,}35 \times 10^9$ o

Temps nécessaire : $\frac{1{,}35 \times 10^9}{3{,}36 \times 10^5} \approx 4{,}02 \times 10^3$ s

Réponse : Gérald aura terminé en premier.

Gérald

$$\begin{aligned} \text{Vitesse moyenne} &= 0{,}85 \times 3{,}5 \times 10^5 \text{ o/s} \\ &= 2{,}975 \times 10^5 \text{ o/s} \end{aligned}$$

110 Mo $= 0{,}11$ Go $= 1{,}1 \times 10^8$ o

Temps nécessaire : $\frac{1{,}1 \times 10^8}{2{,}975 \times 10^5} \approx 3{,}7 \times 10^2$ s