
Construction du concept d'aire en relation avec le périmètre

**Séquence d'apprentissage
pour le 2e et le 3e cycle**
(Liens cliquables vers des activités en ligne)

TABLE DES MATIÈRES

| | |
|--|-----------|
| INTRODUCTION | 2 |
| A. PROPOSITION D'UNE SÉQUENCE D'ACTIVITÉS D'APPRENTISSAGE | 3 |
| B. LISTE DES SITUATIONS-PROBLÈMES EN LIEN AVEC LES CONCEPTS D'AIRE ET/OU DE PÉRIMÈTRE | 7 |
| C. LISTE DES SITUATIONS D'APPLICATION EN LIEN AVEC LES CONCEPTS D'AIRE ET/OU DE PÉRIMÈTRE | 8 |
| D. CONSTRUCTION DU CONCEPT D'AIRE | 9 |
| Compréhension des concepts physiques préliminaires | 9 |
| Compréhension du concept mathématique émergent de l'aire | 10 |
| E. LEXIQUE | 13 |
| F. RÉFÉRENCES | 14 |

INTRODUCTION

Suite à une *régulation*¹ des épreuves ministérielles, nous avons constaté que les concepts d'*aire* et de *périmètre* étaient souvent confondus chez les élèves. Nous avons remarqué que ces concepts étaient davantage associés à une application de formules plutôt qu'à une construction du sens. Pour permettre ce développement du sens, nous vous proposons des activités au cours desquelles les élèves seront appelés, entre autres, à dissocier les concepts d'*aire* et de *périmètre* à l'aide de comparaisons, de manipulations et de transformations de figures. D'ailleurs, dans la section sur la mesure dans la progression des apprentissages, il est mentionné que:

Le développement du sens de la mesure se fait par des comparaisons et des estimations, en utilisant diverses unités de mesure non conventionnelles et conventionnelles. Pour aider l'élève à développer le sens de la mesure (temps, masse, capacité, température, angle, longueur, aire et volume), les activités qui lui sont proposées doivent l'amener à concevoir et à construire des instruments de mesure et à utiliser des instruments de mesure inventés ou conventionnels ainsi qu'à manipuler des unités de mesure conventionnelles. Celui-ci devra réaliser des mesures directes (ex. : le calcul d'un périmètre ou d'une aire, la graduation d'une règle) ou des mesures indirectes (ex. : lire un dessin à l'échelle, tracer un dessin à l'échelle, mesurer l'aire en décomposant une figure, calculer l'épaisseur d'une feuille en connaissant l'épaisseur de plusieurs). (MELS, 2009, p. 17)

L'utilisation de ces activités s'articule autour d'une situation-problème de départ. C'est dans un aller-retour entre la situation-problème (SP) et les activités d'apprentissages (AA) ici proposées, que se construira le concept d'*aire* chez les élèves. De plus, l'utilisation d'une situation de départ permettra de rendre significantes les activités d'apprentissage subséquentes. Enfin, par la contextualisation (SP), décontextualisation (AA) et recontextualisation (nouvelle SP) du concept d'*aire*, nous visons la capacité de l'élève à mobiliser (la compétence) ses connaissances dans des contextes variés.

¹ Tous les mots en italique seront définis dans le lexique en page 16.

A. PROPOSITION D'UNE SÉQUENCE D'ACTIVITÉS D'APPRENTISSAGE

| SÉQUENCE D'APPRENTISSAGE AIRE ET PÉRIMÈTRE | | |
|---|---|--|
| <p>2e et 3e cycle: Les activités traitant du passage aux unités de mesure conventionnelles sont réservées au 3e cycle (voir progression des apprentissages p. 18).</p> | | |
| Activités d'apprentissage | Notes | Liens vers les activités |
| <p>Exemples de problème de départ</p> <ul style="list-style-type: none"> - Optimisation d'aire à périmètre donné <ul style="list-style-type: none"> - à périmètre donné, quelle sera la forme ayant la plus grande aire? - Toute situation-problème pertinente | <p>La situation peut servir de point de départ de toute la séquence ou d'une séquence partielle.</p> | <p>- Guide d'enseignement efficace des mathématiques 4^e à la 6^e - Mesure - Problème "Le plus grand enclos pour les animaux", p.104 annexe 1</p> <p>- Voir la liste des situations-problèmes en lien avec l'aire et le périmètre à la page 11 du document</p> |
| <p>1) Définition</p> <p>A- Retour sur les divers <i>attributs</i> d'un objet (longueur, largeur, hauteur, face, volume, couleur, etc.)</p> <p>B- Concept de surface (Qu'est-ce qu'une surface ? Comment construire une surface ? Quelles sont les surfaces que vous pouvez identifier autour de vous ?)</p> <p>C- Activités de visualisation avec pentaminos</p> | <p>A- Amener les élèves à visualiser divers attributs d'un même objet. Pour l'attribut aire, les élèves doivent visualiser un espace à deux dimensions, c'est-à-dire se faire une image mentale d'une surface plane ou courbe.</p> <p>B- Repérage de surfaces dans l'environnement immédiat ou non. Permettre aux élèves de travailler sur divers échelles (micro: le bureau, méso: la classe, macro: l'école). Délimitation de concepts proches: surface et contour.</p> <p>C-Habilité à se former et à décrire une représentation mentale de déplacements dans un plan.</p> | <p>A-1- Réaliser des activités de description (Cacher des objets, les décrire en touchant ou en regardant (couleur, nombre et type de surfaces, dimensions, etc.) et tenter de le reconnaître.)</p> <p>A-2- Réaliser des activités de classement selon un attribut (ex: classer les objets en ordre croissant de hauteur, de largeur, de nombre de faces, etc.)</p> <p>B- Edumedia - mathématiques - géométrie - figures géométriques: Surface et contour (ressource éducative numérique accessible par le portail)</p> <p>C-Activite - Pentaminos planification, Activite - Pentaminos - fiche d activite, Activite - Pentaminos_FE, solutions annexe 2</p> |

| | | |
|---|--|--|
| <p>2) Comparaison de périmètres et d'aires de différentes figures (sans mesure)</p> <p>Pour le périmètre :</p> <ul style="list-style-type: none"> - Avec de la ficelle ou un compas - Périmètre obtenu par déroulement de la figure plane (lignes brisées) <p>Pour l'aire :</p> <ul style="list-style-type: none"> - Concrètement par découpage et inclusion - Mentalement | <p>-Aire: mesure d'une surface -Périmètre: mesure d'un contour.</p> <p>La mesure est d'abord une comparaison. On demandera aux élèves de comparer des surfaces entre elles puis des périmètres entre eux sans mesure. Les comparaisons sont soit directes, soit indirectes (avec un tiers élément).</p> <p>1-Avec du matériel concret 2-Mentalement</p> | <p>- Aire et périmètre : <u>Activité 1 (fiche professeur et fiche élève)</u>. annexe 3</p> <p>- <u>Activité 3e année (p.1 section Aire)</u>. annexe 4</p> |
| <p>3) Dissocier aire et périmètre (sans mesure)</p> <ul style="list-style-type: none"> - Comparaison de l'aire de figures ayant le même périmètre - Comparaison du périmètre de figures ayant la même aire - Comparaison de la mesure de surface à l'aide des mosaïques géométriques et des pièces d'un tangram | <p>Amener les élèves-à distinguer les concepts d'aire et de périmètre à l'aide de comparaisons et de transformations concrètes ou mentales. Pour ce faire, il est important de présenter, avec du matériel varié, de multiples activités qui ciblent la compréhension du concept et non la simple application d'une formule. Découverte de régularités.</p> <p>Ces activités abordent le concept de conservation de l'aire (ex: trois figures différentes construites avec les 7 mêmes pièces du tangram vont avoir la même aire).</p> | <p>- Aire et périmètre : <u>Activité 2 (fiche professeur et fiche élève)</u>; <u>Activité 3 (fiche professeur et fiche élève)</u> annexe 5 annexe 6</p> <p>- <u>Guide d'enseignement efficace des mathématiques M à 3e - Mesure - Situation d'apprentissage 3e année p.153 à 168</u> annexe 7</p> <p>- <u>Aire et périmètre</u> annexe 8</p> <p>- <u>Activité de 6e année (p.1-2 Aire)</u> annexe 9</p> <p>- <u>Atelier blocs mosaïque périmètre aire</u> annexe 10</p> <p>-Application en ligne https://www.mathplayground.com/area_blocks/index.htm</p> <p>- <u>Edumedia - mathématiques - géométrie - longueur, volume: Périmètre et aire</u> (ressource éducative numérique accessible par le <u>portail</u>)</p> |
| <p>4) Variation d'aire et impact sur le périmètre</p> <ul style="list-style-type: none"> - ex : extraire une partie de la figure | <p>L'intention est de démontrer qu'une variation de l'aire n'amène pas nécessairement la même variation sur le périmètre et vice versa (ex: en diminuant l'aire, le périmètre peut s'en trouver</p> | <p>Aire et périmètre : <u>Évaluation 1 (fiche professeur et fiche élève)</u> annexe 11</p> |

augmenté). Établir une distinction entre ces deux concepts souvent confondus par les élèves.

3e cycle

Les activités suivantes sont réservées au 3e cycle puisque certaines abordent le passage aux unités de mesure conventionnelles (voir progression des apprentissages p. 18) tandis que d'autres représentent un niveau de difficulté plus élevé.

| Activités d'apprentissage | Notes | Liens vers les activités |
|--|--|---|
| <p>5) Choix de l'unité de mesure A- Activité portant sur la sélection d'<i>unités non-conventionnelles</i> pour la mesure de différentes surfaces</p> <p>B- Unité non-conventionnelle vers unité conventionnelle</p> <p>C- Relation entre l'aire et les facteurs d'un nombre (ex : $100 \text{ cm}^2 = 1 \text{ cm} \times 100 \text{ cm}$, $2 \text{ cm} \times 50 \text{ cm}$, $4 \text{ cm} \times 25 \text{ cm}$)</p> | <p>A- Utilisation de différents ordres de grandeur. Exemples : petite échelle (le bureau), moyenne échelle (espace de la classe), grande échelle (la cour d'école)</p> <p>B- Conditions de passage d'unités non-conventionnelles à des <i>unités conventionnelles</i> Les activités proposées en A pourraient être utilisées en entamant une discussion autour du partage et de la comparaison de mesures prises par différentes personnes. Comment comparer des mesures en présence d'unités variées?</p> <p>C- La mesure de l'aire vue comme un produit (passage d'un dénombrement de carrés-unité discrets à une démarche qui consiste à relever les dimensions avant d'opérer. Lien avec le passage d'une pensée additive vers une pensée multiplicative)</p> | <p>A- <u>Déterminer la surface approximative...</u> annexe 12</p> <p>- <u>Guide d'enseignement efficace des mathématiques 4^e à la 6^e - Mesure p.87</u> annexe 13</p> <p>B- <u>Guide d'enseignement efficace des mathématiques 4e à la 6e - Mesure p.71 à 77</u> annexe 14</p> <p><u>Activités de mesure d'aire avec des unités conventionnelles</u> annexe 15</p> <p><u>Evaluation non certificative - Formation mathématique - 2008 - 5e primaire - Pistes didactiques (p.84 à 86)</u> annexe 16</p> <p>C- <u>Guide d'enseignement efficace des mathématiques 4^e à la 6^e - Mesure p.109-110 (Exemple 1 : Dimensions et facteurs)</u> annexe 17</p> <p><u>Jeux de l'aire</u> annexe 18</p> <p><u>Situation application "Les rénos de Mario"</u> annexe 19</p> |
| <p>6) Dissocier aire et périmètre (avec mesure) - Comparaison de l'aire de figures ayant le même périmètre</p> | <p>-Relation aire et périmètre -La mesure de l'aire vue comme un produit</p> | <p><u>Guide d'enseignement efficace des mathématiques 4^e à la 6^e - Mesure p.77 à 79</u> annexe 20</p> |

| | | |
|--|--|--|
| - Comparaison du périmètre de figures ayant la même aire | | |
| 7) Assemblage, décomposition et comparaison de figures planes (aire et périmètre) - avec Tangram: approche algébrique (<i>enrichissement</i>) - avec planche à clous (géoplans): approche géométrique | | - Tangram: Aire et périmètre - Activité 4 et 5 (<u>fiche professeur</u> , <u>fiche élève 4</u> et <u>fiche élève 5</u>) (enrichissement) annexe 21 - Planche à clous: Aire et périmètre - Activité 7 (<u>fiche professeur</u> et <u>fiche élève a</u> , <u>fiche élève b</u> , <u>fiche élève c</u> , <u>fiche élève d</u> , <u>fiche élève e</u>) annexe 22 <u>Activités: 4e année (p.1 section Aire)</u> annexe 23 |
| 8) Construction des formules du calcul de l'aire | Miser sur des activités qui permettront la découverte des formules plutôt qu'une présentation formelle de celles-ci. Faire prendre conscience aux élèves que les formules sont un moyen parmi d'autres pour calculer l'aire. | <u>Activités de généralisation pour l'aire</u> annexe 24 |
| 9) Résolution de la situation-problème | | Voir la liste des situations-problèmes en lien avec l'aire et le périmètre à la page suivante (p.7) |

B. LISTE DES SITUATIONS-PROBLÈMES EN LIEN AVEC LES CONCEPTS D'AIRE ET/OU DE PÉRIMÈTRE

| SITUATIONS-PROBLÈMES (disponibles sur le blogue dans la section Ressources pédagogiques - SAÉ) Compétence 1: Résoudre une situation-problème mathématique | |
|---|--|
| 2e CYCLE | |
| 3e année | 4e année |
| <ul style="list-style-type: none"> - 3.07 Le bracelet perdu (MAST-Bim 2009) - 3.10 Designer d'un jour - 3.15 Sauvons les dragons - 3.18 Activités parascolaires (MAST) - 3.30 Ferme de Jérémie 2015 - 3.31 Je déménage 2015 | <ul style="list-style-type: none"> - 4.05 Une affiche publicitaire - 4.13 Une journée au parc d'attractions - 4.14 Bouclier 2015 - 4.22 Le carnaval de l'école 2015 - 4.23 La foire du livre 2015 |
| 3e CYCLE | |
| 5e année | 6e année |
| <ul style="list-style-type: none"> - 5.01 Bienvenue au Moyen Âge - 5.03 Tout un cadeau de Noël - 5.04 La boîte mystère - 5.06 L'art byzantin 2015 - 5.07 Canada 1905 - 5.16 Mon école de plus en plus belle (5e et 6e) - 5.18 Démarrez vos moteurs! - 5.19 Défi Pierre Lavoie 2015 - 5.20 Je déménage 2015 | <ul style="list-style-type: none"> - 6.08 Clinique zoologique de Marie 2015 - 6.09 Une entrée colorée - 6.12 Zoologistes au boulot - 6.16 Les dossards - 6.25 Plus vrai que nature |

C. LISTE DES SITUATIONS D'APPLICATION EN LIEN AVEC LES CONCEPTS D'AIRE ET/OU DE PÉRIMÈTRE

| SITUATIONS D'APPLICATION | | |
|---|--|--|
| Compétence 2: Reasonner à l'aide de concepts et processus mathématiques | | |
| | Disponibles sur le blogue dans la section Ressources pédagogiques - SAÉ - Tâches de C1 et C2 | Disponibles sur le blogue dans la section Ressources pédagogiques - Tâches de C2 (CS des Découvreurs - 2017) |
| 3e année | <ul style="list-style-type: none"> - Aire de jeux (dans la SAÉ 3.15 Sauvons les dragons) - La douve du château (dans la SAÉ 3.9 Chevaliers de la tour) | <ul style="list-style-type: none"> - 3e SA Les enclos à chevaux 15-16 - 3e SA Les terrains de soccer 15-16 |
| 4e année | <ul style="list-style-type: none"> - Adhésifs décoratifs (dans la SAÉ 4.1 La bordure de papier peint) - Une courte-pointe pour Sarah (dans la SAÉ 4.1 La bordure de papier peint) - Aire de jeux spatial (dans la SAÉ 4.9 Un voyage spécial dans l'espace 2015) - Le potager (dans la SAÉ 4.6 Le coureur des bois) | <ul style="list-style-type: none"> - 4e SA Des tableaux à décorer 15-16 - 4e SA Le déménagement 15-16 - 4e SA Les enclos à chevaux 15-16 - 4e SV Les aires de jeux 15-16 |
| 5e année | <ul style="list-style-type: none"> - Enclos autour de la grotte des fées (dans la SAÉ 5.02 L'éleveur de dragons) - La colonisation (dans la SAÉ 5.07 Canada 1905) - Les tapis turcs (dans la SAÉ 5.06 l'art byzantin 2015) - Une ceinture magique (dans la SAÉ 5.03 Tout un cadeau de Noël) | <ul style="list-style-type: none"> - 5e SA Des chapeaux pour les finissants 15-16 - 5e SA Le céramiste 15-16 - 5e SA Ma chambre colorée 15-16 |
| 6e année | <ul style="list-style-type: none"> - Des carrés agrandis (dans la SAÉ 6.09 Une entrée colorée) - Même périmètre (dans la SAÉ 6.08 Clinique zoologique de Marie) | <ul style="list-style-type: none"> - SA On recouvre 15-16 - SA Rénovations en famille 15-16 - SA Un patio pour la cour arrière 15-16 - SV Le bon format 15-16 |

D. CONSTRUCTION DU CONCEPT D'AIRE

Voici une progression de la **construction** du concept d'aire chez les élèves. Ceci suppose que les activités amènent les élèves à faire des choix, à observer. Nous ne sommes pas dans un enseignement explicite.²

Compréhension des concepts physiques préliminaires (palier concernant les grandeurs physiques non-mesurées-la surface)

1. Compréhension intuitive (basée sur l'observation sans recours à une procédure)

| | |
|--|---|
| De la grandeur d'une surface (<i>Surface</i> ≠ Aire)-Reconnaître ce qui représente la surface dans une figure donnée et la qualifier. | La surface est grosse, petite, etc. |
| Estimation en comparant à une autre surface (sans déplacement) | La surface est plus grosse que, plus petite que, etc. |

2. Compréhension procédurale (acquisition d'une démarche initiale liant ses actions à ses connaissances intuitives)

| | |
|--|---------------------------------------|
| Je rapproche des objets et je les superpose. Je compare. | Plus grand que...parce que... |
| Je place en ordre, en les rapprochant, plusieurs surfaces. | Première, deuxième, etc. parce que... |

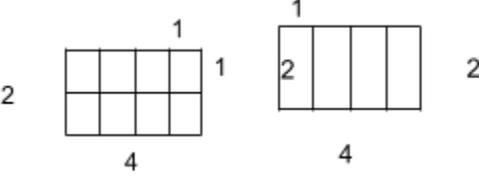
3. Compréhension abstraite logico-physique (capacité à choisir une procédure appropriée à une tâche donnée. Ceci démontre une certaine anticipation par rapport à l'emploi de la procédure)

| | |
|---|---|
| Je découpe la surface, je tourne et déplace les morceaux et je vérifie s'ils entrent dans une autre figure. | La surface est plus petite que... parce que les morceaux entrent dans... Note: Conservation de l'étendue de la surface suite à certaines transformations. |
|---|---|

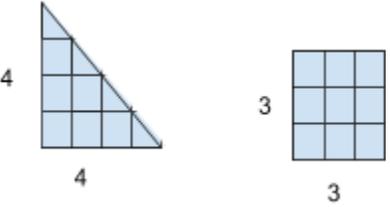
² Héraud, B. (1991) Construction et apprentissage du concept d'aire chez l'enfant du primaire, AMQ, repéré à <http://archimede.mat.ulaval.ca/amq/ancien/archives/1991/4/1991-4-part19.pdf>

Compréhension du concept mathématique émergent de l'aire (palier concernant les grandeurs mesurées-L'aire)

1. Compréhension procédurale (éléments procéduraux essentiels à la mesure)

| | | |
|--|--|--|
| <p>-Utilisation d'une unité commune. -Bien disposer les unités pour couvrir toute la surface</p> | <p>Utilisation soit de carrés-unités, de rectangles-unités, de cercles-unités. Note: Au début, par exemple, le rectangle-unité sera utilisé lors de la mesure de l'aire d'un rectangle. Les élèves associent le choix de l'unité avec la figure à mesurer.</p> | <p>À acquérir: nécessité de choisir des unités de mesure identiques pour comparer.</p> |
| <p>Utilisation du carré-unité</p> | <p>Le choix du carré-unité permet d'établir un lien avec les dimensions linéaires de la figure.</p> <div style="text-align: center;">  </div> <p>8 carrés-unités=2X4 4 rectangles-unités ≠ 2X4</p> | <p>À acquérir: l'aire d'un rectangle, par exemple, est en lien direct avec la mesure de ses côtés.</p> |
| <p>Le dénombrement des unités</p> | <p>Repérage difficile, pour le dénombrement, des carrés-unités (particulièrement lors de situations où la grille est cachée ou effacée derrière la figure). -Certains élèves peuvent compter deux fois les carrés-unités dans les coins.</p> | <p>À acquérir: l'aire d'un rectangle, par exemple, est en lien direct avec la mesure des côtés.</p> |

2. Abstraction logico-mathématique (Les actions deviennent pour le sujet objets de réflexion)

| | | |
|---|--|---|
| <p>Relation surface et aire</p> <p>A. Relation entre la surface et le nombre-mesure</p> <p>B. Relation surface(étendue) et aire</p> | | <p>A. À acquérir: l'expression de la mesure d'une surface peut varier (le nombre-mesure) sans pour autant que la grandeur de la surface change (ex: si j'utilise de petits carrés-unité plutôt que de grands carrés-unités).</p> <p>B. À acquérir: deux surfaces équivalentes donnent deux aires équivalentes et vice-versa</p> |
| <p>La perception visuelle</p> |  | <p>À acquérir: l'étendue ne peut être un critère unique de comparaison.</p> |
| <p>La relativité de l'aire par rapport à l'unité</p> |  <p>Certains élèves dénombrent 10 unités pour le triangle et 9 pour le carré. Donc l'aire du triangle est plus grande ?????</p> | <p>À acquérir: non seulement faut-il tenir compte du nombre-unité, mais il faut également tenir compte de la nature des unités.</p> |

3. Formalisation mathématique (Explicitation et généralisation)

| | |
|---|---|
| Différencier unités linéaires et unités de surface Note: Certains élèves ont tendance à utiliser des unités linéaires pour mesurer des surfaces (ex: le cm, un crayon plutôt que des objets ayant une surface) | Les enfants généralisent leur connaissance de la <i>mesure linéaire</i> (ex: longueur). Mettre en évidence la distinction. |
| Exprimer une <i>mesure bilinéaire</i> à partir de mesures linéaires: Aire (bilinéaire) à partir de la mesure des côtés (linéaires) | Difficulté: les élèves ont tendance à se référer continuellement à des carrés imaginaires. Mettre en relation avec le sens “disposition rectangulaire” de la multiplication. |
| Distinction aire-périmètre | Les élèves ont tendance à croire que ces deux grandeurs évoluent parallèlement. Expérimenter des variations simultanées et observer. |

E. LEXIQUE

Aire: mesure d'une surface, nombre qui exprime l'étendue d'une surface limitée

Attribut: caractéristique susceptible d'être mesurée (poids, aire, volume, capacité, longueur...)

Mesure linéaire: mesure de longueur à l'aide d'unités linéaires (exemples: cm, dm...)

Mesure bilinéaire: mesure de surface à l'aide d'unités bidimensionnelles (exemples: cm², dm²...)

Périmètre: longueur de la frontière d'une figure géométrique plane fermée

Régulation: analyse d'échantillons d'épreuves ministérielles

Surface: ensemble de points, limite ou frontière d'une portion d'espace - étendue plane (la surface n'est pas une mesure, c'est plutôt l'étendue qui est à mesurer)

Unité conventionnelle: unité choisie par tous ou par un très grand nombre de personnes et qui obéit à des règles très précises

Unité non-conventionnelle: unité choisie par quelqu'un et qui obéit à des règles uniquement prévues par celui ou celle qui l'a choisie

F. RÉFÉRENCES

- Association québécoise des jeux mathématiques (AQJM) et Sciences et mathématiques en action (SMAC) (2017) La semaine des maths, repéré à <https://www.semainedesmaths.ulaval.ca/enseignants-du-primaire/activites/>
- Blogue de mathématiques de la CSDM, <http://cybersavoir.csdm.qc.ca/123/> (pour récupérer les différentes situations proposées dans le document)
- Braconne-Michoux, A., Juteau, M-C. (2012) Le Tangram : un défi au Congrès, des activités en classe au primaire, AMQ, repéré à <http://archimede.mat.ulaval.ca/amq/bulletins/mar12/Chroniquemathprimairemars12.pdf>
- Commission scolaire des Découvreurs (2017) 3 au quotidien: Ateliers pour le 2e cycle, repéré à <http://seduc.csdecou.qc.ca/3-au-quotidien/ateliers-pour-le-2e-cycle/>
- Douady, R. (1988) Un processus d'apprentissage du concept d'aire de surface plane, *Publications mathématiques et informatiques de Rennes*, repéré à http://www.numdam.org/article/PSMIR_1987-1988__5_A3_0.pdf
- Douady, R., Perrin, M-J. (1986) Aire de surfaces planes en cm et 6ème, *Grand N, numéro 39*, repéré à <http://www-irem.ujf-grenoble.fr/spip/spip.php?rubrique21>
- EduMedia (2017) Primaire: Mathématiques, Géométrie, Longueur, Surface, Volume: Périmètre et aire, repéré à <https://junior.edumedia-sciences.com/fr/media/843-perimetre-et-aire> (ressource éducative numérique à laquelle la CSDM s'est abonnée et qui est accessible par le portail)
- Fédération Wallonie-Bruxelles, Portail de l'enseignement (2008) *Évaluation externe non-certificative - Formation mathématique - Pistes didactiques: 5e primaire*, repéré à <http://enseignement.be/index.php?page=25102&navi=3207>

- Héraud, B. (1991) Construction et apprentissage du concept d'aire chez l'enfant du primaire, AMQ, repéré à <http://archimede.mat.ulaval.ca/amq/ancien/archives/1991/4/1991-4-part19.pdf>
- Mathplayground (2017) Area blocks, repéré à https://www.mathplayground.com/area_blocks/index.htm
- Ministère de l'Éducation de l'Ontario (2008) *Guide d'enseignement efficace des mathématiques, de la 4e à la 6e année: Mesure*, repéré à http://atelier.on.ca/edu/resources/guides/GEE_math_4-5-6_Mesure.pdf
- Ministère de l'Éducation de l'Ontario (2008) *Guide d'enseignement efficace des mathématiques, de la 4e à la 6e année: Modélisation et algèbre*, repéré à http://www.atelier.on.ca/edu/resources/guides/GEE_math_MA_456.pdf
- Ministère de l'Éducation de l'Ontario (2008) *Modules de numératie 4e à la 6e: Mesure, Documents à imprimer*, repéré à <http://atelier.on.ca/edu/core.cfm?p=modView.cfm&navID=modView&L=2&modID=54&c=0&CFID=1620254&CFTOKEN=8c52918b8341d579-2356B8C7-FB88-F495-8DBC245A5DF11ACE>
- Ministère de l'Éducation, du loisir et du sport du Québec (2009) *Progression des apprentissages, Mathématique*, repéré à <http://www1.education.gouv.qc.ca/progressionPrimaire/mathematique/>
- Ministère de l'Éducation nationale de France (2001) *Outil d'enseignement en dispositifs relais : Aire et périmètre*, repéré à <http://eduscol.education.fr/cid47902/fiches-d-activites.html>
- Van de Walle, J.A., Lovin L.H. (2007) *L'enseignement des mathématiques: L'élève au centre de ses apprentissages (Tome 1 et 2)* (adapté par C. Kazadi) Canada: ERPI Éditions du renouveau pédagogique inc.

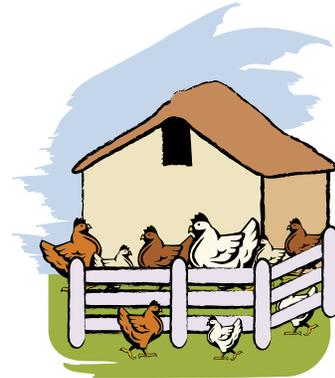
LIENS AVEC DES CONCEPTS DANS LES AUTRES DOMAINES DE MATHÉMATIQUES

Exemple 1 : Le plus grand enclos pour les animaux

Cette activité intègre des concepts en modélisation et algèbre ainsi qu'en mesure. Elle permet aux élèves de constater que des rectangles de dimensions différentes mais de même périmètre ont des aires différentes.

L'enseignant ou l'enseignante présente à la classe le problème suivant :

Un agriculteur vient d'acheter une ferme avec des poules et des moutons. Il veut construire un enclos pour ses poules à l'aide d'un rouleau de clôture de 16 mètres. S'il veut donner le plus d'espace possible à ses poules, quelles sont les dimensions de l'enclos qu'il devrait clôturer avec son rouleau?



L'enseignant ou l'enseignante invite les élèves à se grouper par deux et à résoudre le problème en utilisant une stratégie de leur choix.

Une fois que les équipes ont examiné le problème et déterminé les dimensions qui donnent la plus grande aire (la largeur et la longueur de 4 mètres donnent une aire de 16 m^2), l'enseignant ou l'enseignante invite les élèves à expliquer comment ils ont obtenu leur réponse et pourquoi ils pensent que ces dimensions donnent le plus grand enclos. Il ou elle construit ensuite avec les élèves un tableau pour illustrer les différentes possibilités.

Enclos ayant un périmètre de 16 mètres

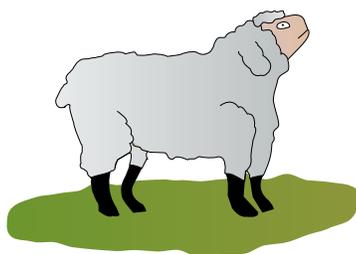
| Largeur des côtés (m) | Longueur des côtés (m) | Aire de l'enclos (m ²) |
|-----------------------|------------------------|------------------------------------|
| 1 | 7 | 7 |
| 2 | 6 | 12 |
| 3 | 5 | 15 |
| 4 | 4 | 16 |
| 5 | 3 | 15 |
| 6 | 2 | 12 |
| 7 | 1 | 7 |

L'enseignant ou l'enseignante demande aux élèves de trouver des régularités dans le tableau et d'examiner la relation entre la longueur et la largeur ($L + l = 8$) et la relation entre l'aire et les dimensions de l'enclos ($A = L \times l$).

Note : Au cours de cette discussion, certaines équipes remarqueront peut-être que le plus grand enclos est de forme carrée et se demanderont si ceci est toujours le cas. La deuxième partie du problème leur permettra d'émettre des conjectures à cet effet.

L'enseignant ou l'enseignante soumet à la classe la deuxième partie du problème :

Le fermier veut construire un autre enclos pour ses moutons, cette fois à l'aide d'un rouleau de clôture de 24 mètres. Quelles dimensions aura le plus grand terrain qu'il pourra ainsi clôturer pour ses moutons?



Il ou elle invite les élèves à résoudre ce problème en équipe de deux.

Le tableau suivant indique les possibilités de dimensions (valeurs entières) d'un enclos ayant un périmètre de 24 mètres.

Enclos ayant un périmètre de 24 mètres

| Largeur des côtés (m) | Longueur des côtés (m) | Aire de l'enclos (m ²) |
|-----------------------|------------------------|------------------------------------|
| 1 | 11 | 11 |
| 2 | 10 | 20 |
| 3 | 9 | 27 |
| 4 | 8 | 32 |
| 5 | 7 | 35 |
| 6 | 6 | 36 |
| 7 | 5 | 35 |
| 8 | 4 | 32 |
| 9 | 3 | 27 |
| 10 | 2 | 20 |
| 11 | 1 | 11 |

L'enseignant ou l'enseignante anime ensuite une discussion au cours de laquelle les élèves exposent et justifient leurs solutions. Il ou elle les invite à comparer les deux tableaux, à faire ressortir des régularités et à établir les relations entre l'aire d'un enclos et sa forme, et ce, afin de les amener à émettre des conjectures qui peuvent mener à la formulation de généralisations telles que :

- Le plus grand enclos est celui dont le terrain est carré et dont, par conséquent, la longueur et la largeur sont de même mesure.
- Pour des rectangles de même périmètre, plus les mesures de la longueur et de la largeur se rapprochent, plus l'aire augmente.
- Pour des rectangles de même périmètre, plus le rectangle est allongé, plus l'aire est petite.

Pour terminer, on peut lancer un défi aux élèves en leur proposant de trouver la plus grande aire que l'on peut clôturer avec une longueur de clôture de 26 mètres. Certains diront que la plus grande aire est de 42 m^2 , soit un enclos rectangulaire de 6 m sur 7 m. D'autres reconnaîtront que l'on peut construire un enclos carré de 6,5 m sur 6,5 m, ce qui donne une aire de $42,25 \text{ m}^2$.



ACTIVITÉ

- PENTAMINOS -



Intentions pédagogiques

- ❖ Mettre en évidence le potentiel ludique des mathématiques
- ❖ Observer et créer des régularités à l'aide de figures géométriques

Composantes de la compétence travaillées

- ❖ Mobiliser des concepts et des processus mathématiques appropriés à la situation (C2)
- ❖ Appliquer des processus mathématiques appropriés à la situation (C2)

Concepts utilisés

- ❖ Périmètre
- ❖ Aire
- ❖ Rectangle
- ❖ Dallage

Ressources matérielles

- ❖ Fiche explicative de « Pentaminos »
- ❖ Fiche d'activité de « Pentaminos » (une copie par élève)
- ❖ Crayons
- ❖ Papier quadrillé
- ❖ Règle
- ❖ Ciseaux
- ❖ Pentaminos commerciaux (facultatif)

Niveaux scolaires visés



Compétence travaillée



Champ mathématique concerné



Formule pédagogique suggérée



Temps requis

Environ 50 minutes

Association québécoise des jeux mathématiques (AQJM) et Sciences et mathématiques en action (SMAC) (2017)
 La semaine des maths, repéré à <https://www.semainedesmaths.ulaval.ca/enseignants-du-primaire/activites/>



DÉROULEMENT SUGGÉRÉ



Étape 1 : Introduction (5 minutes)

Expliquer aux élèves que les pentaminos sont des assemblages de 5 carrés et les informer que les trois activités à réaliser utilisent les pentaminos. La troisième activité est un défi et il serait normal qu'ils aient davantage de difficulté.

Étape 2 : Réalisation des deux premières activités (25 minutes)

Distribuer aux élèves du papier quadrillé et leur demander de reproduire puis de découper les pentaminos pour s'aider dans les activités à venir. Vous trouverez en annexe une représentation des 12 pentaminos. Vous pouvez aussi utiliser des pentaminos commerciaux si vous en avez.

Laisser aux élèves quelques instants pour qu'ils puissent compléter les deux premières questions.

Étape 3 : Divulguer les solutions des deux premières activités (5 minutes)

Voir la fiche explicative de « Pentaminos » pour vérifier les solutions des élèves.

Étape 4 : Défi (15 minutes)

La troisième activité est assez difficile et compte plusieurs solutions. Vous pouvez donner des indices aux élèves en leur dévoilant l'emplacement d'une pièce à la fois. Nous suggérons de dresser une liste des élèves ayant réussi avec 0, 1, 2, 3 indices et de l'afficher dans la classe. Comme il y a plusieurs solutions, il sera possible pour les élèves de s'améliorer.

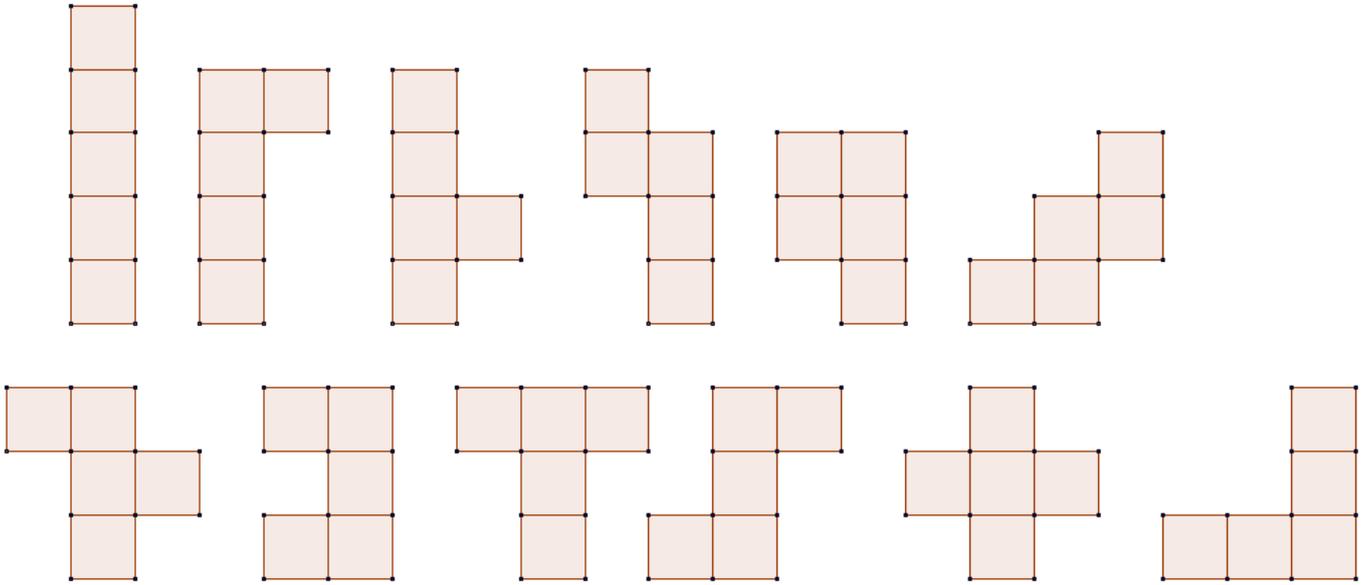
Note : Nous vous invitons à partager votre expérience sur notre communauté Google+ « Semaine des maths ». Par exemple, vous pouvez filmer ou prendre des photos de votre classe en action.

Vous manquez de temps?

Voici quelques suggestions de déroulement « express » :

- Expliquez les activités en début de journée ou de semaine et laissez le matériel à la disposition des élèves. Utilisez l'activité pour occuper les élèves qui terminent le travail demandé plus rapidement.
- Répartissez la réalisation sur quelques jours, en y consacrant une quinzaine de minutes à chaque fois, par exemple avant le dîner ou au retour de la récréation. Les élèves pourraient ainsi compléter environ une activité par jour.

Annexe





ACTIVITÉ

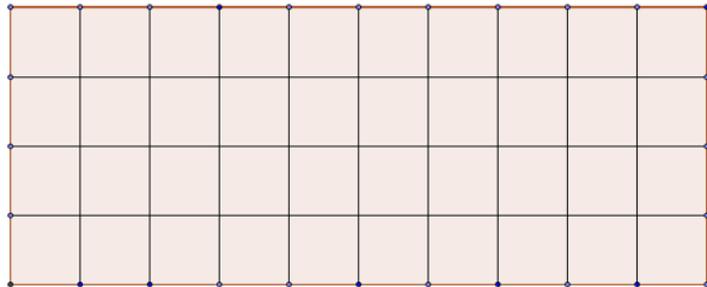
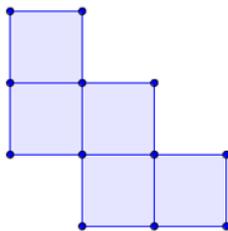
- PENTAMINOS -



1^{re} activité :

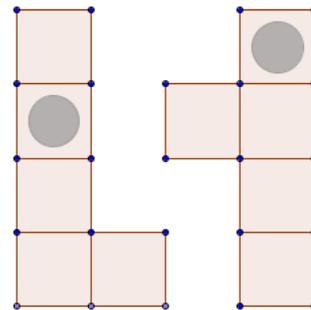
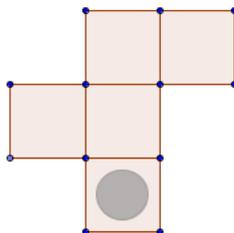
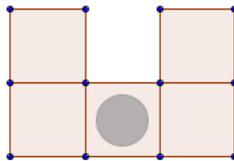
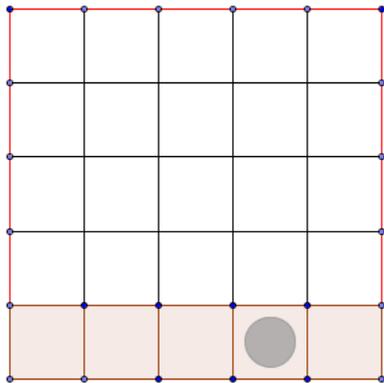
Combien de pentaminos comme le pentamino A peut-on placer dans un rectangle de 4 sur 10 carrés?

Pentamino A



2^e activité :

Peux-tu placer les pentaminos troués ci-dessous pour compléter le carré, de façon à ce qu'il n'y ait qu'un trou par ligne et par colonne?



Association québécoise des jeux mathématiques (AQJM) et Sciences et mathématiques en action (SMAC) (2017)
La semaine des maths, repéré à <https://www.semainedesmaths.ulaval.ca/enseignants-du-primaire/activites/>

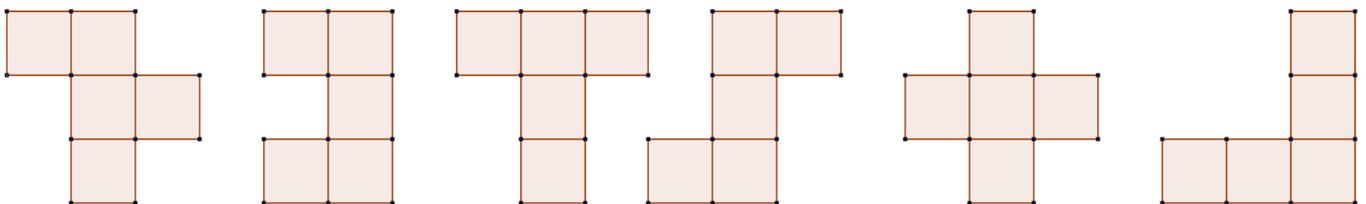
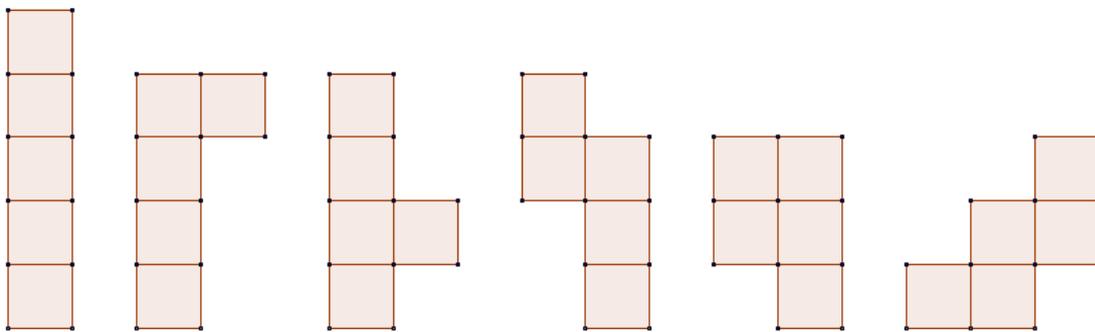


3^e activité : Défi!

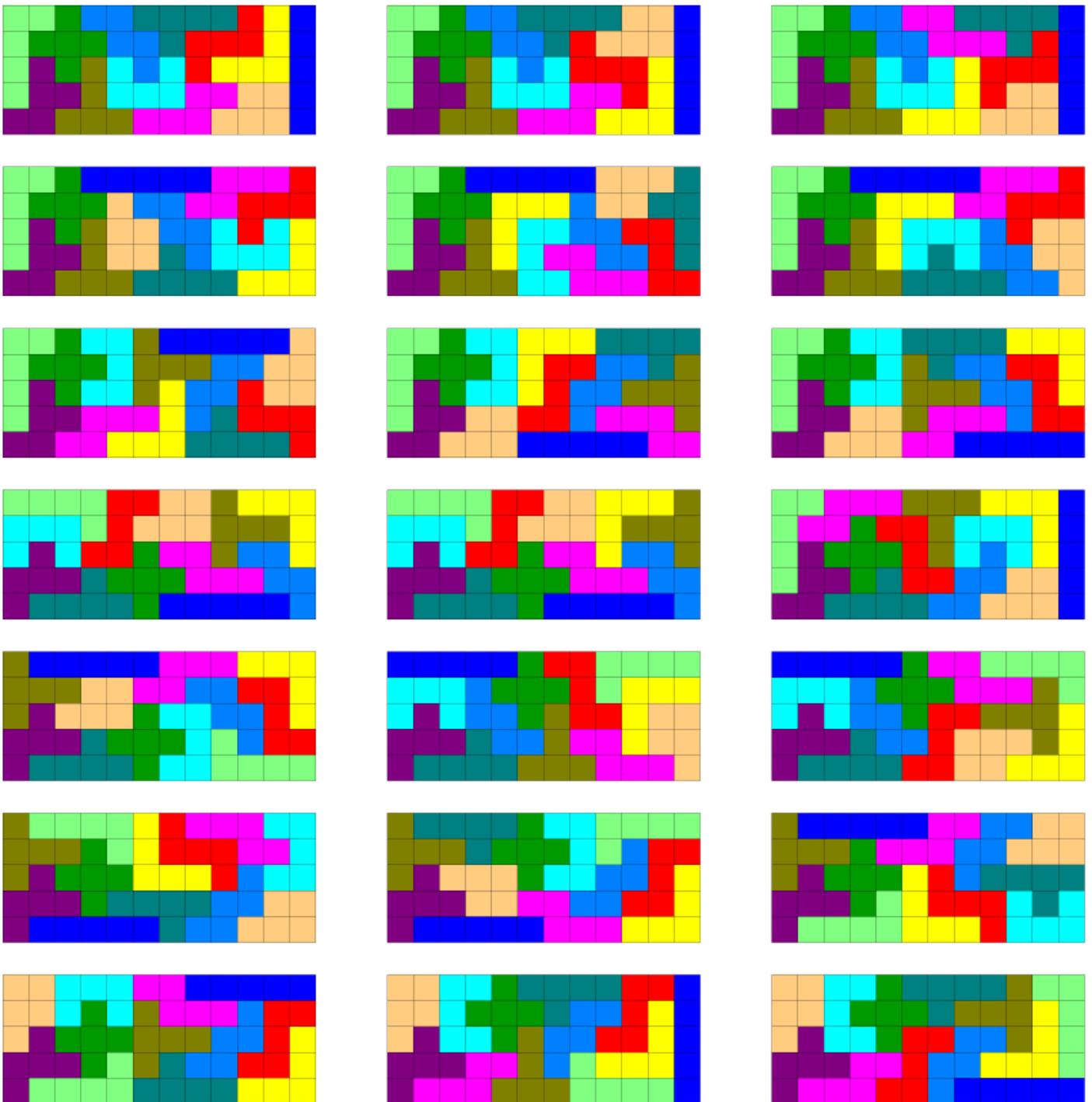
Il existe douze pentaminos. Ils sont tous représentés ici.

Peux-tu trouver une façon de les agencer pour obtenir un rectangle de 12 carrés sur 5 carrés ?

Tu peux découper les figures pour t'aider.



Réponses du défi (3^e activité)



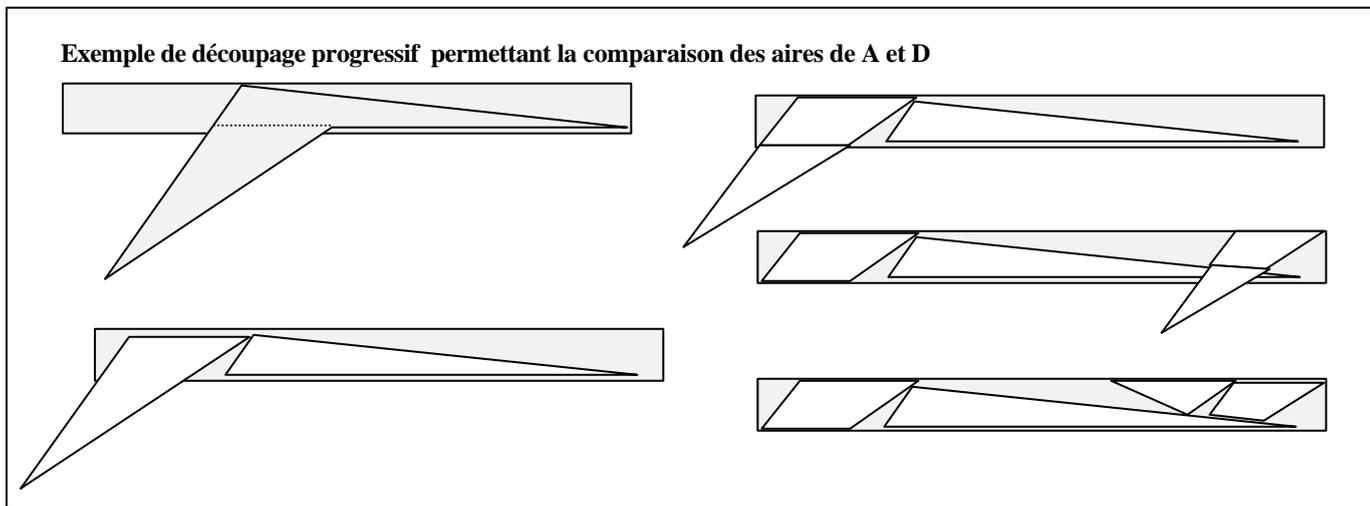
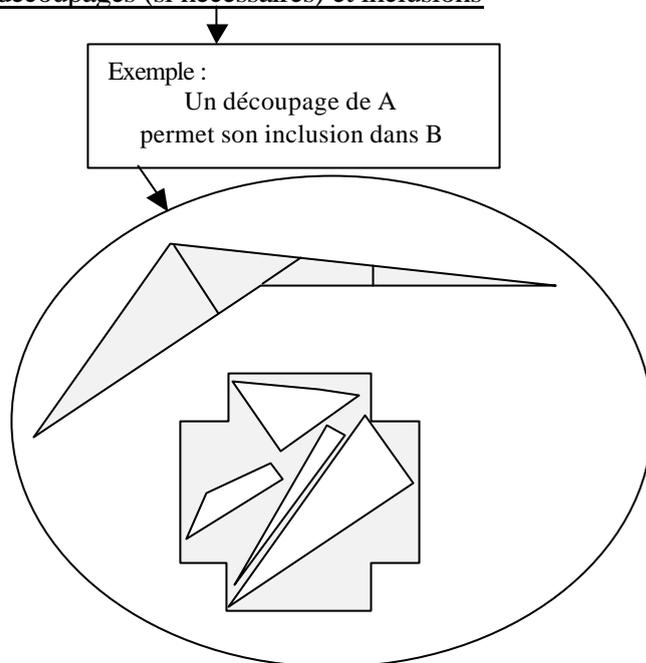
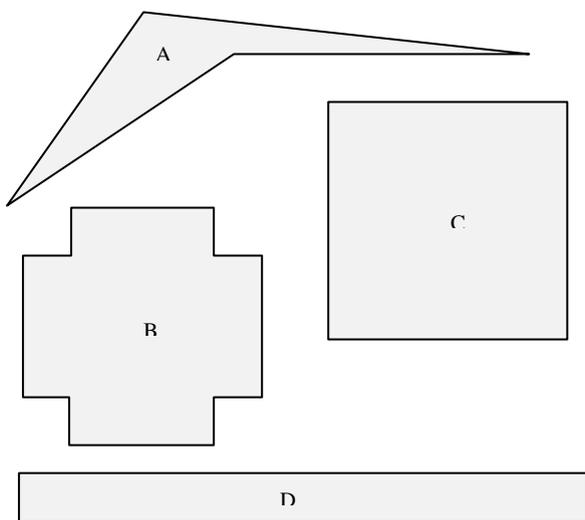
Note : Les solutions peuvent se présenter selon un retournement horizontal, vertical ou un demi-tour.

Objectif : Dissociation des concepts d'aire et de périmètre sans recours aux mesures

Démarche : Comparaison deux à deux (sans mesurer : Cf. p4 du document de présentation de ce dossier) de quatre surfaces.

Pour les périmètres les comparaisons se feront en utilisant de la ficelle, ou un compas si les compétences des élèves le permettent.

Pour les aires, les comparaisons se feront par découpages (si nécessaires) et inclusions



Comparaison deux à deux des surfaces A, B, C et D

| | | |
|---------------------------------|---------------------------------|--|
| D'après leur périmètre : | périmètre de A > périmètre de B | périmètre de A > périmètre de C |
| | périmètre de A < périmètre de D | périmètre de B = périmètre de C |
| | périmètre de B < périmètre de D | périmètre de C < périmètre de D |
| D'après leur aire : | aire de A < aire de B | aire de A < aire de C |
| | aire de B < aire de C | aire de B > aire de D aire de C > aire de D |

Classement de la plus petite à la plus grande

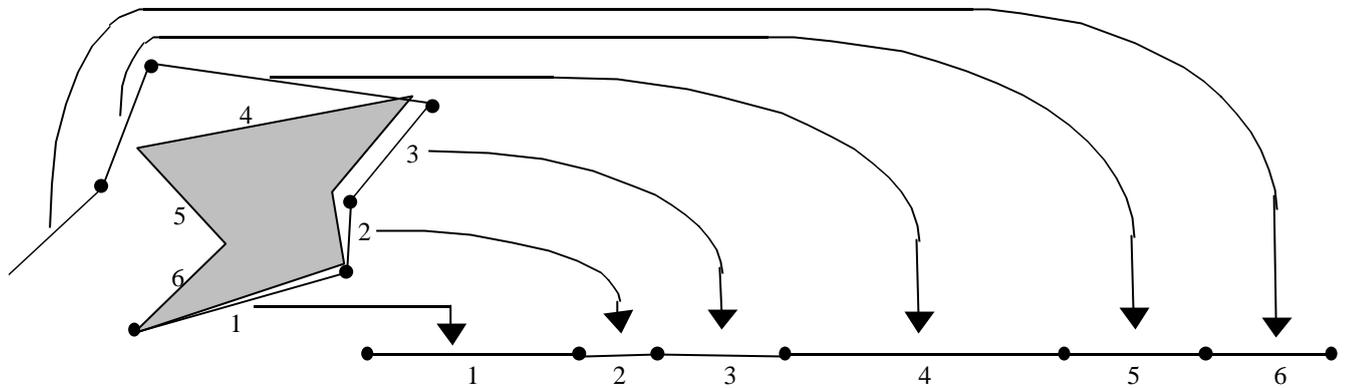
- D'après leur périmètre : périmètre de B = périmètre de C < périmètre de A < périmètre de D
 - D'après leur aire : aire de A < aire de D < aire de B < aire de C

Remarque : On trouvera dans les 2 pages suivantes des exemples de fiches "Outils à penser" (réalisées avec des élèves) que l'on pourra soit analyser soit réaliser avec les élèves.

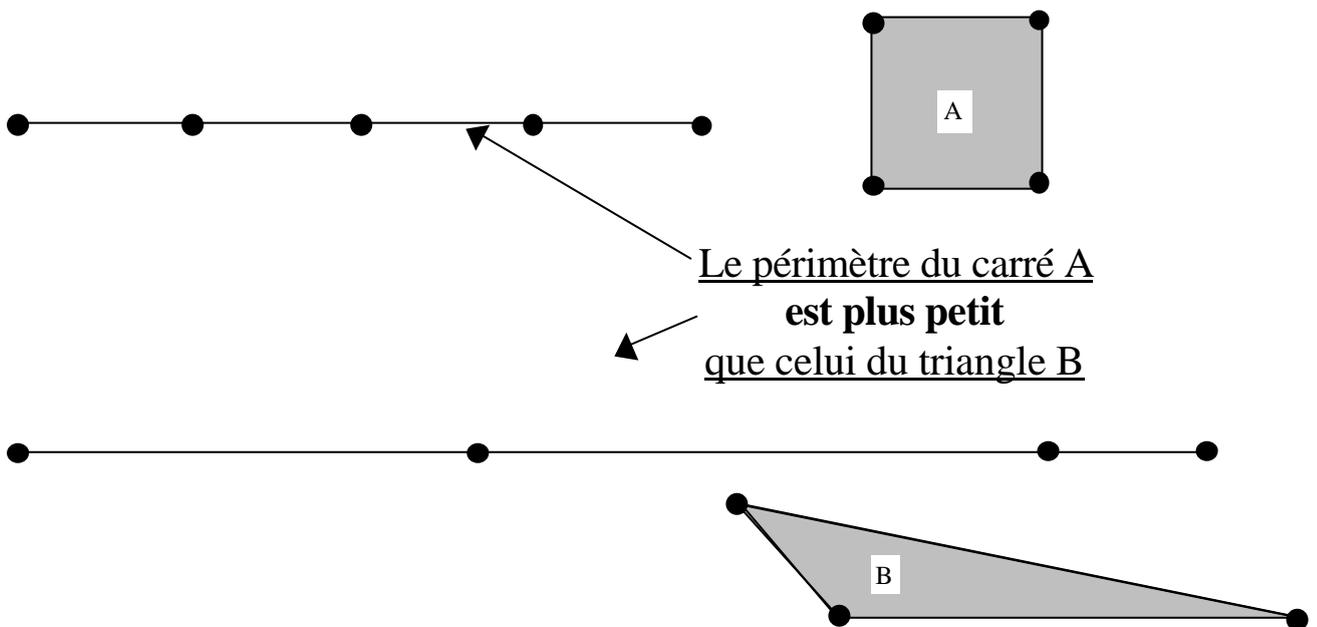
Comparaison des surfaces

Critère : Périmètre

Principe du déroulement



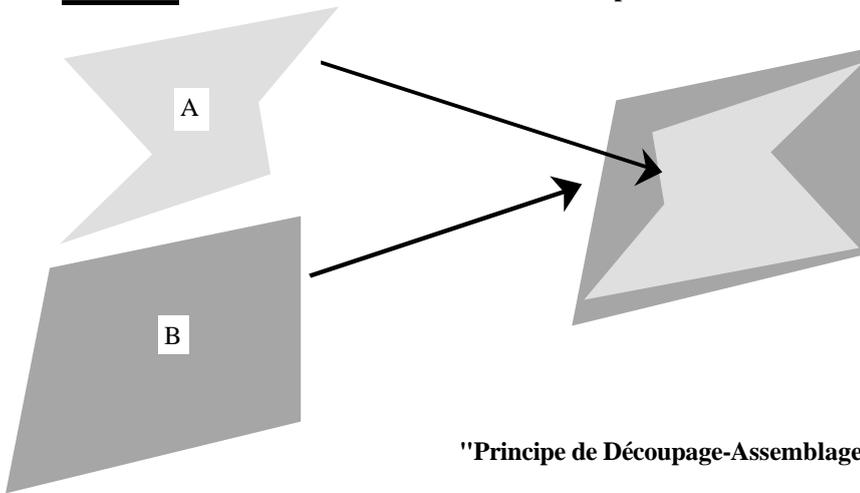
Exemples :



Comparaison des surfaces

Critère : Aire

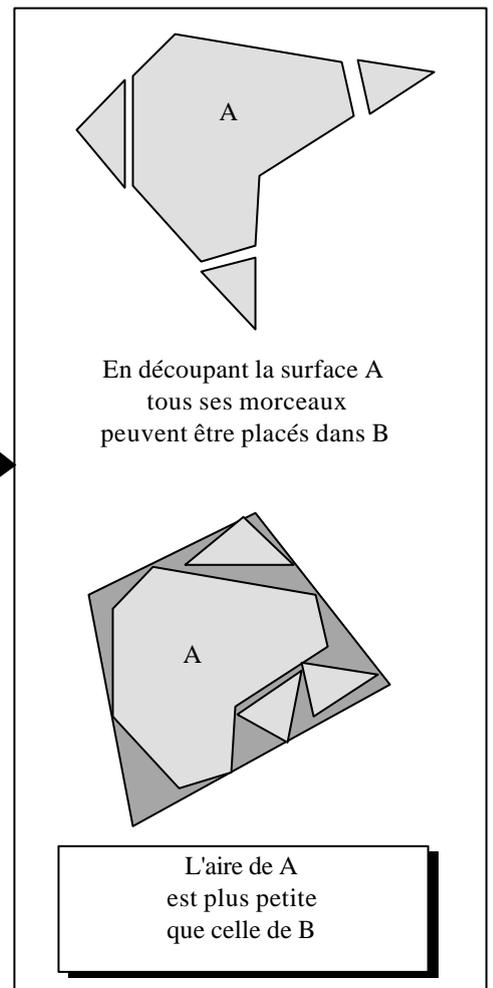
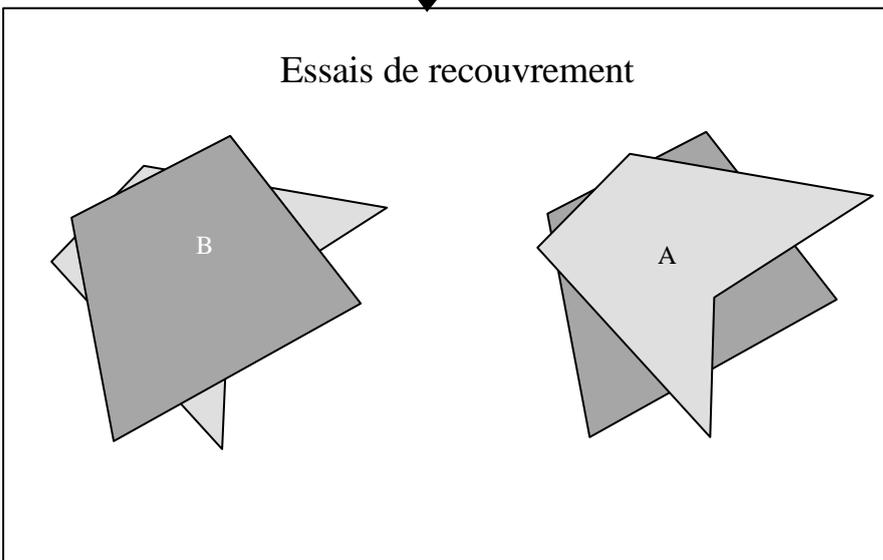
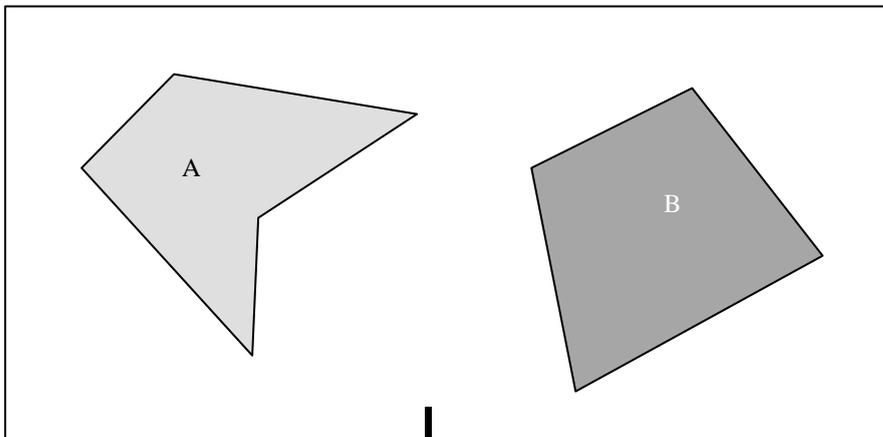
"Principe de recouvrement"

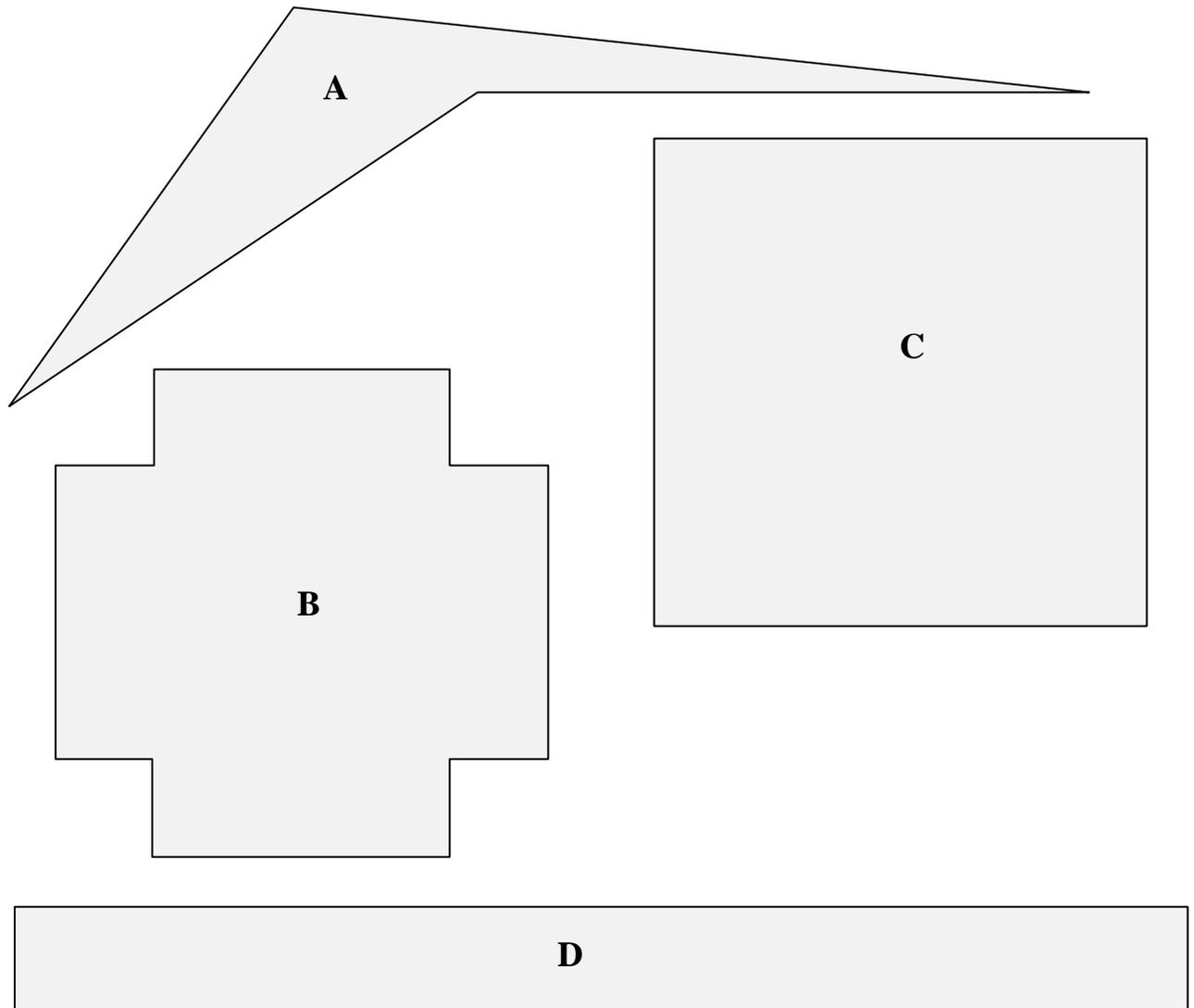


La surface A
est contenue entièrement
dans la surface B.

L'aire de A
est plus petite
que l'aire de B

"Principe de Découpage-Assemblage"





Comparaison deux à deux des surfaces A, B, C et D

- D'après leur périmètre :

| | |
|----------------|----------------|
| périmètre de A | périmètre de B |
| périmètre de A | périmètre de D |
| périmètre de B | périmètre de D |

| | |
|----------------|----------------|
| périmètre de A | périmètre de C |
| périmètre de B | périmètre de C |
| périmètre de C | périmètre de D |

- D'après leur aire :

| | |
|-----------|-----------|
| aire de A | aire de B |
| aire de B | aire de C |

| | |
|-----------|-----------|
| aire de A | aire de C |
| aire de B | aire de D |

| | |
|-----------|-----------|
| aire de A | aire de D |
| aire de C | aire de D |

Classement de la plus petite à la plus grande

D'après leur périmètre : _____

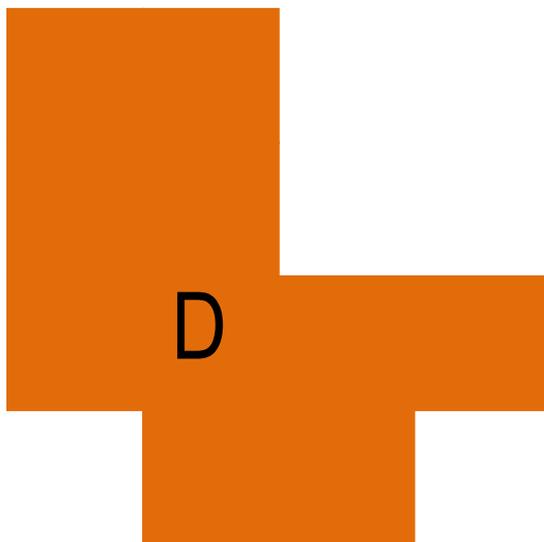
D'après leur aire : _____

Activités : 3^e année

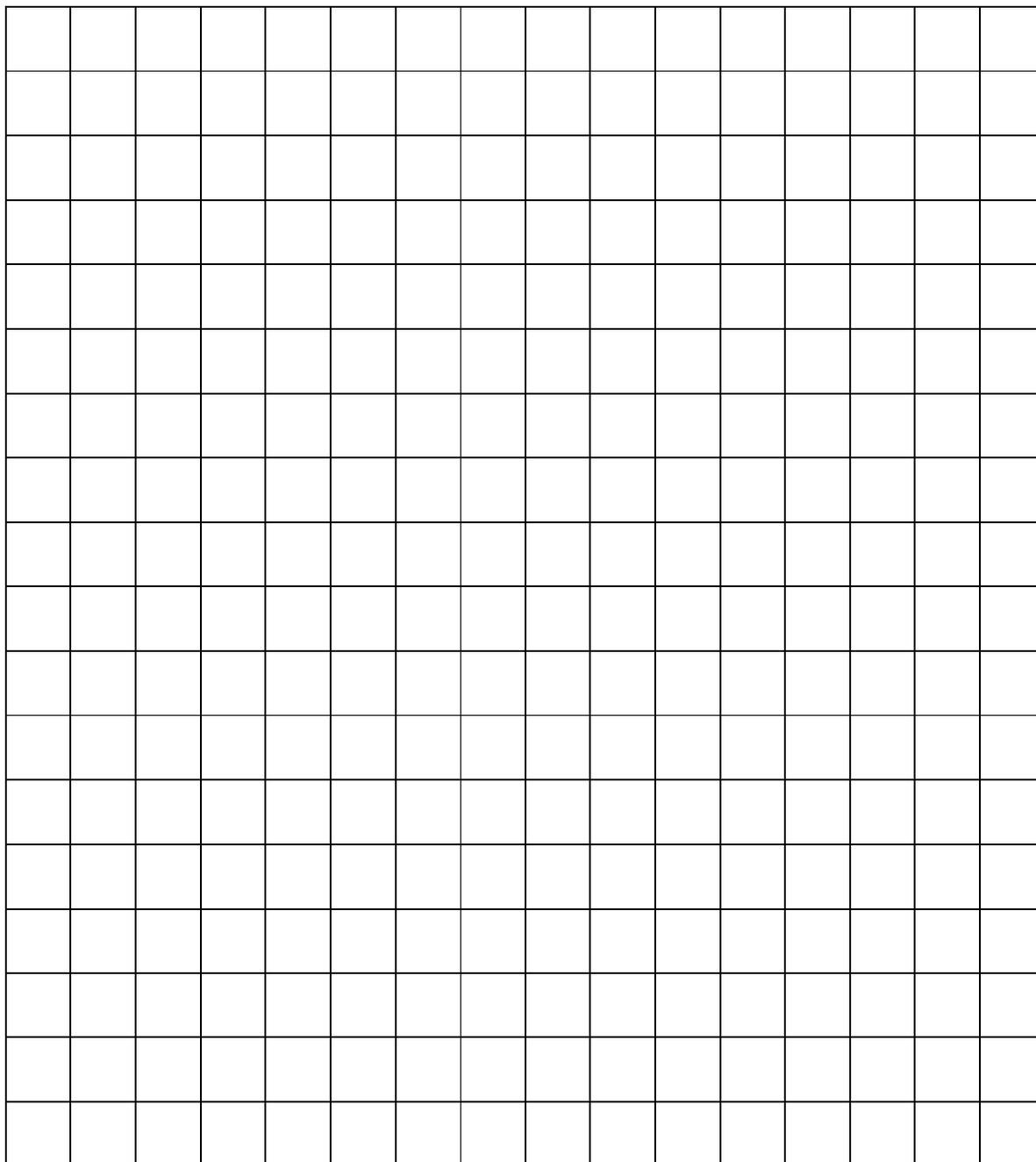
Aire

Les figures en ordre de grandeur

- L'enseignante ou l'enseignant place sur les 4 murs de la classe, 6 figures irrégulières différentes, parmi lesquelles deux paires de figures ont la même surface (voir Annexe 1).
- Elle ou il met à la disposition des élèves, des ciseaux, du papier cartonné, de la ficelle, des papillons amovibles, des crayons, du papier quadrillé de 1 cm sur 1 cm (voir Annexe 2).
- Elle ou il place les élèves en situation :
 - Lors d'un concours de mathématiques, le défi suivant a été donné aux participants :
« Sans utiliser de règle, place les figures suivantes en ordre de la plus petite à la plus grande surface. »
 - Vous avez le droit d'apporter une seule figure à la fois à votre pupitre et vous ne pouvez pas écrire dessus.
 - Comment pouvez-vous résoudre ce problème?
- Un échange mathématique doit suivre cette activité pour que les élèves puissent partager leur stratégie. Ce partage favorise la discussion et permet aux élèves de réaliser que plusieurs stratégies peuvent être adoptées pour résoudre le même problème.



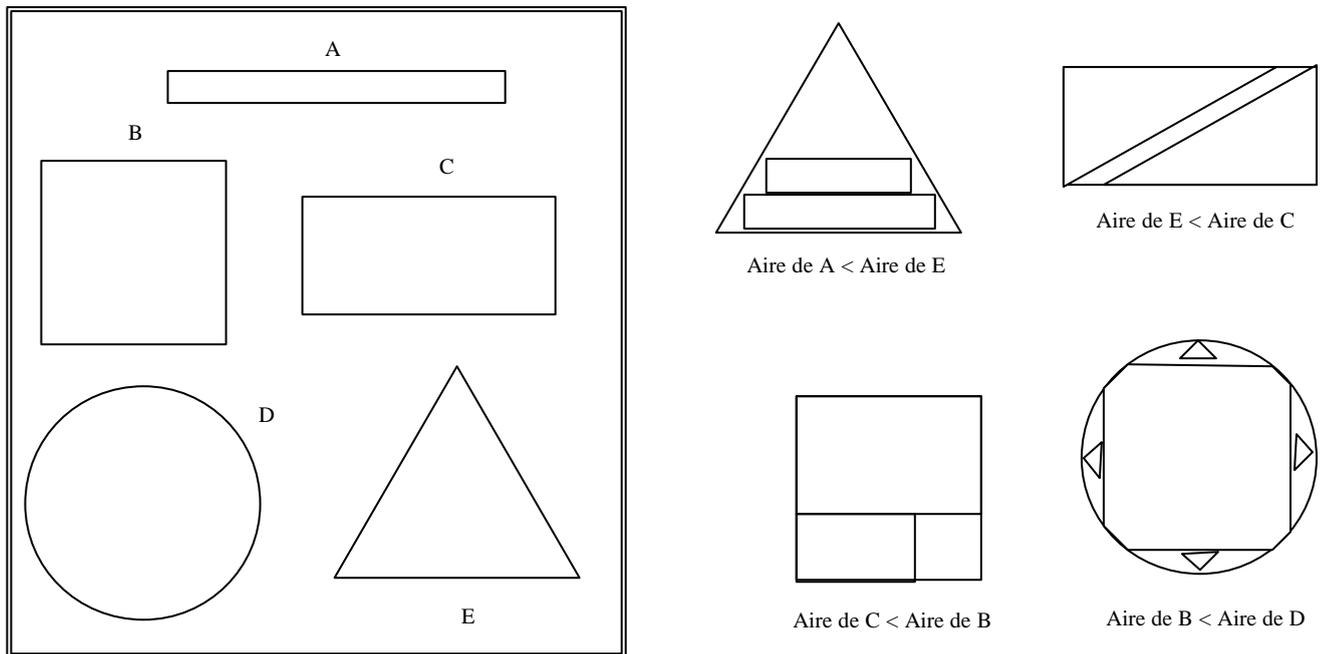
Annexe 2 : Papier quadrillé



Travail à périmètre constant

Objectif : Dissociation des concepts d'aire et de périmètre

Démarche : Comparaison deux à deux (sans mesurer) de cinq surfaces ayant le même périmètre



1) Vérifier que ces cinq surfaces ont le même périmètre.

Cette vérification se fera en mesurant (Cf. p4 du document de présentation de ce dossier), avec de la ficelle. Pour le disque, on pourra après découpage le faire rouler sur un axe, voire le long d'une des autres surfaces. On insistera sur le fait que cette technique est approximative mais permet dans les situations proposées ici de faire les comparaisons demandées.

2) Comparer deux à deux les surfaces A , B, C, D et E selon leur aire

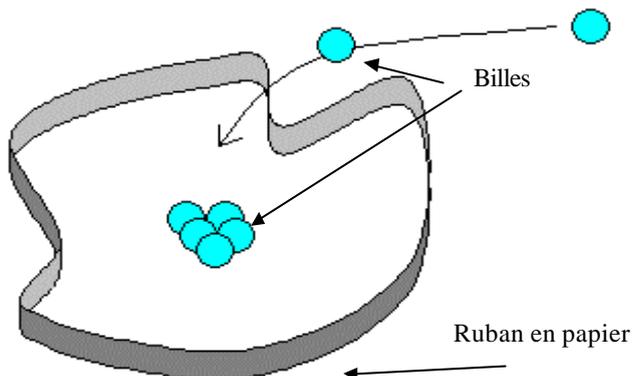
| | | | | |
|-----------------------|--|-----------------------|--|-----------------------|
| Aire de A < Aire de B | | Aire de A < Aire de C | | Aire de A < Aire de D |
| Aire de A < Aire de E | | Aire de B > Aire de C | | Aire de B < Aire de D |
| Aire de B > Aire de E | | Aire de C < Aire de D | | Aire de C > Aire de E |
| Aire de D > Aire de E | | | | |

3) Classer, d'après leur aire, ces surfaces de la plus petite à la plus grande

Aire de **A** < Aire de **E** < Aire de **C** < Aire de **B** < Aire de **D**

Remarque

Empiriquement, il est possible de faire découvrir que le cercle est la forme qui a une aire maximale pour un périmètre donné. Pour ce faire on pourra utiliser un ruban de papier (1 cm de haut) dont l'intérieur sera rempli de billes. Le ruban prend progressivement la forme d'un cercle.



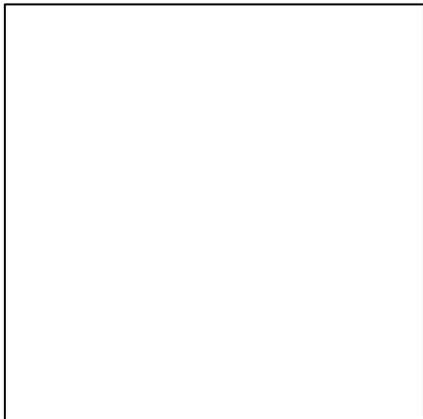
Cette technique permet de constater que le nombre maximum de billes que l'on peut mettre à l'intérieur correspond au cercle.

Elle permet également, en donnant au ruban la forme d'un carré (Fixer les sommets avec des épingles), de constater que l'aire du carré est beaucoup plus petite que celle du cercle.

A



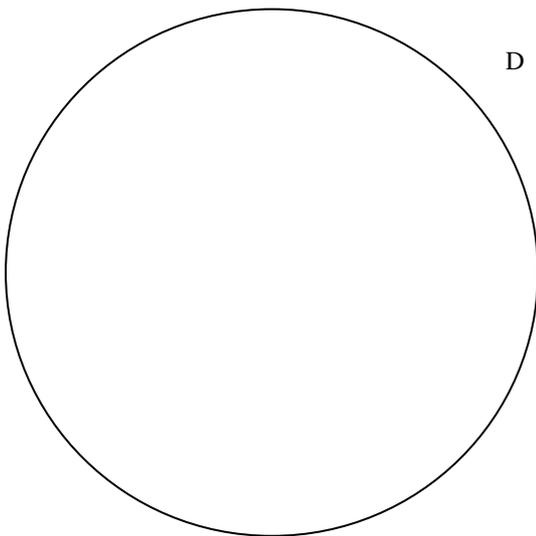
B



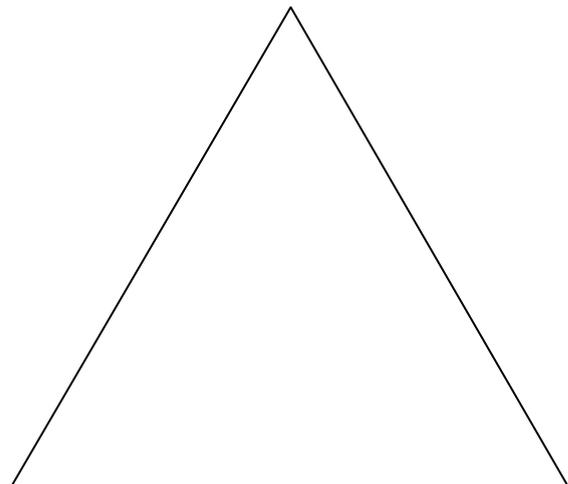
C



D



E



1) Vérifier que ces cinq surfaces ont le même périmètre.

2) Comparer deux à deux les surfaces A , B, C, D et E selon leur aire

| | |
|-----------|-----------|
| Aire de A | Aire de B |
| Aire de A | Aire de E |
| Aire de B | Aire de E |
| Aire de D | Aire de E |

| | |
|-----------|-----------|
| Aire de A | Aire de C |
| Aire de B | Aire de C |
| Aire de C | Aire de D |

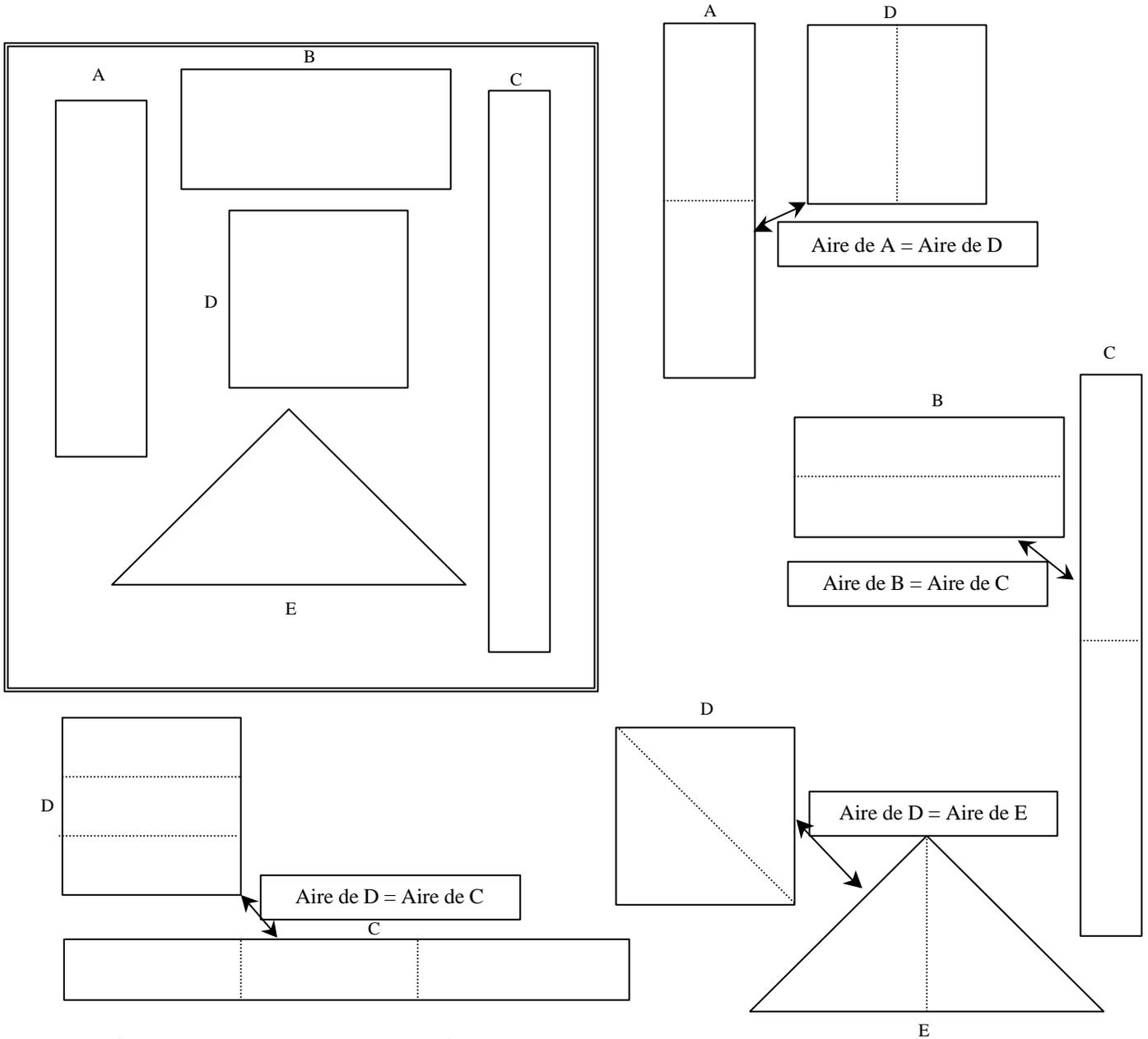
| | |
|-----------|-----------|
| Aire de A | Aire de D |
| Aire de B | Aire de D |
| Aire de C | Aire de E |

3) Classer, d'après leur aire, ces surfaces de la plus petite à la plus grande

Travail à Aire constante

Objectif : Dissociation des concepts d'aire et de périmètre.

Démarche : Comparaison deux à deux (sans mesurer) de cinq surfaces ayant la même aire.



1) Vérifier que ces cinq surfaces ont la même aire :

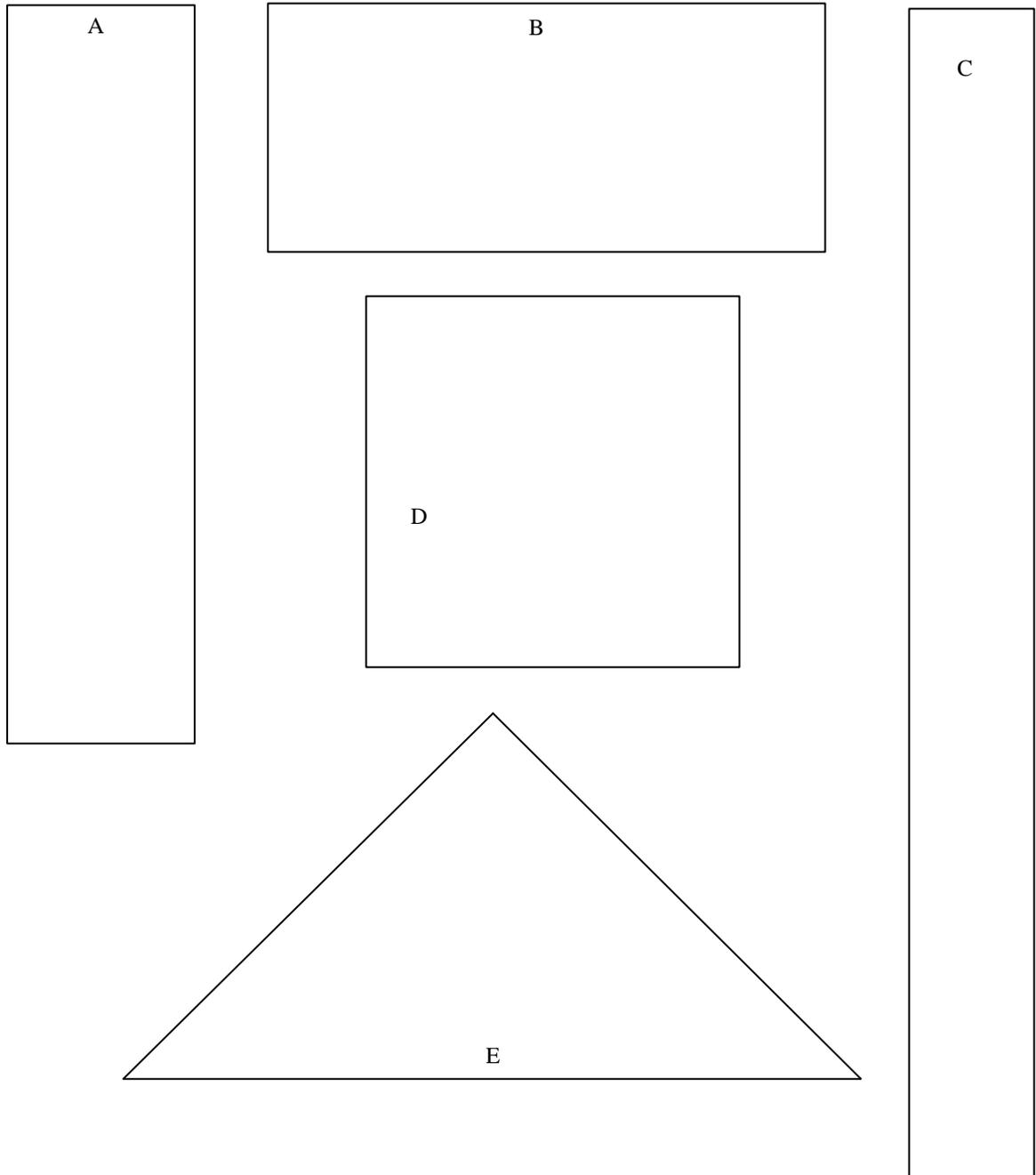
La vérification pourra se faire par un réel découpage ou par simple traçage. Exemples de découpages ci-dessus.

2) Comparer deux à deux les surfaces A , B, C, D et E selon leur périmètre :

| | | | | |
|---------------------------------|--|---------------------------------|--|---------------------------------|
| Périmètre de A > Périmètre de B | | Périmètre de A < Périmètre de C | | Périmètre de A > Périmètre de D |
| Périmètre de A > Périmètre de E | | Périmètre de B < Périmètre de C | | Périmètre de B > Périmètre de D |
| Périmètre de B < Périmètre de E | | Périmètre de C > Périmètre de D | | Périmètre de C > Périmètre de E |
| Périmètre de D < Périmètre de E | | | | |

3) Classer, d'après leur périmètre, ces surfaces de la plus petite à la plus grande

Périmètre de **D** < Périmètre de **B** < Périmètre de **E** < Périmètre de **A** < Périmètre de **C**



1) Vérifier, par découpage et recomposition, que ces cinq surfaces ont la même aire.

2) Comparer deux à deux les surfaces A , B, C, D et E selon leur périmètre

| | |
|----------------|----------------|
| Périmètre de A | Périmètre de B |
| Périmètre de A | Périmètre de E |
| Périmètre de B | Périmètre de E |

| | |
|----------------|----------------|
| Périmètre de A | Périmètre de C |
| Périmètre de B | Périmètre de C |
| Périmètre de C | Périmètre de D |
| Périmètre de D | Périmètre de E |

| | |
|----------------|----------------|
| Périmètre de A | Périmètre de D |
| Périmètre de B | Périmètre de D |
| Périmètre de C | Périmètre de E |

3) Classer, d'après leur périmètre, ces surfaces de la plus petite à la plus grande

Situation d'apprentissage, 3^e année

Des gâteaux pas comme les autres!

Grande idée : Sens de la mesure

Sommaire

Dans cette situation d'apprentissage, les élèves développent leur compréhension conceptuelle des attributs *longueur* et *aire*. Suite à la construction de rectangles ayant un même périmètre, mais des mesures d'aire différentes, ils assemblent des formes géométriques pour construire une nouvelle forme ayant le plus grand périmètre possible. Par la suite, ils comparent l'aire de la surface des formes des diverses équipes.

Intention pédagogique

Cette situation d'apprentissage a pour but d'amener les élèves à :

- ◆ comprendre que des rectangles qui ont le même périmètre n'ont pas nécessairement des surfaces qui ont la même aire;
- ◆ reconnaître que l'orientation d'une figure ne change ni le périmètre ni l'aire de sa surface.

Attente et contenus d'apprentissage

Attente

L'élève doit pouvoir utiliser certaines des unités de mesure de longueur conventionnelles dans divers contextes.

Contenus d'apprentissage

L'élève doit :

- estimer, mesurer et enregistrer le périmètre d'objets à l'aide du centimètre et du mètre;
- comparer et justifier des formes ayant le même périmètre, à l'aide de matériel concret ou illustré;
- estimer, mesurer et décrire la surface de différents objets à l'aide d'unités de mesure carrées non conventionnelles (p. ex., papillons autocollants carrés, carreaux de couleur).

Matériel

- ficelle mesurant de 80 à 90 cm, et dont les bouts sont attachés (1 par équipe)
- 2 feuilles quadrillées (1 cm sur 1 cm) collées ensemble (1 par équipe)
- marqueurs (3 couleurs différentes par équipe)
- feuilles volantes
- papillons autocollants
- ruban adhésif
- ciseaux
- ensembles de 12 formes géométriques de grand format (1 ensemble par équipe)
- cordes à sauter
- tangram (1 par équipe)
- annexe 3.1 (p. 171; 1 par équipe)
- règle (1 par équipe)

Contexte pédagogique

L'apprentissage de la mesure en 3^e année marque un passage important, soit le recours aux unités de mesure conventionnelles du *Système international (SI)* pour déterminer la longueur, le périmètre de la surface d'objets. Dans cette situation d'apprentissage, l'objectif de l'enseignant ou de l'enseignante est d'amener les élèves à comprendre ce que signifie « déterminer le périmètre d'un objet et mesurer l'aire d'une surface ». L'activité proposée repose sur un contexte authentique et requiert des élèves qu'ils utilisent le matériel de manipulation ainsi que les instruments de mesure appropriés. Cette activité – essentiellement centrée sur la mesure des attributs *longueur* (périmètre) et *aire* de même que sur les limites des unités de mesure non conventionnelles – facilite une transition vers les unités de mesure conventionnelles.

Préalables

Pour être en mesure de réaliser cette situation d'apprentissage, les élèves doivent :

- ◆ comprendre les attributs *longueur* (périmètre) et *aire*;
- ◆ avoir mesuré des longueurs à l'aide d'unités de mesure non conventionnelles et conventionnelles (centimètre [cm]);
- ◆ avoir mesuré l'aire de la surface d'objets à l'aide d'unités de mesure carrées non conventionnelles.

Vocabulaire mathématique

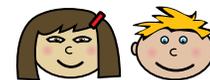
Aire de la surface, surface, longueur, périmètre, contour, centimètre, unité carrée, unité de mesure, attribut de mesure.

Activité préparatoire

Prévoir, pour chaque équipe, une ficelle d'une longueur de 80 à 90 cm dont les bouts sont attachés.

Grouper les élèves en équipes de quatre. Amorcer une discussion avec les élèves pour vérifier leurs connaissances des attributs *périmètre* et *aire*.

Remettre à chaque équipe une ficelle, trois marqueurs de couleurs différentes, du papier quadrillé en centimètres carrés et une règle pour tracer des lignes droites.



équipes de 4



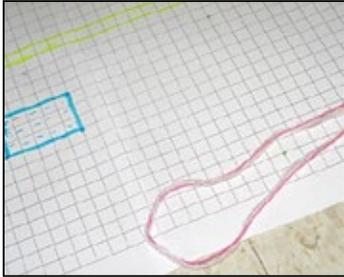
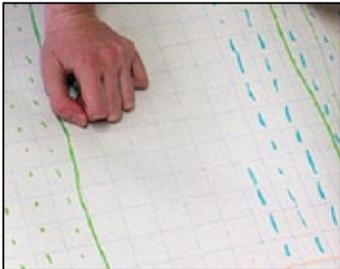
environ

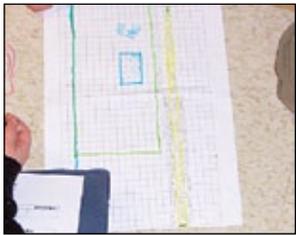
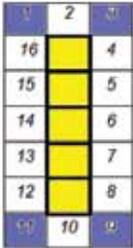
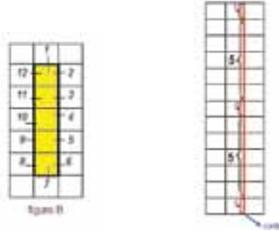
60 minutes

Demander aux élèves d'utiliser toute la ficelle sans défaire le nœud pour former successivement trois rectangles de dimensions diverses sur leur papier quadrillé, d'en tracer le contour de différentes couleurs et d'enregistrer les mesures de périmètre et de l'aire de la surface sur l'annexe 3.1 Feuille de route.

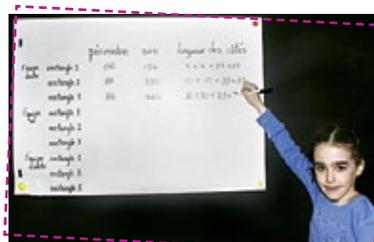


Circuler parmi les groupes d'élèves, observer leur travail et intervenir au besoin pour aider des élèves à consolider leur compréhension des concepts de périmètre et de l'aire d'une surface.

| Observations possibles | Interventions possibles |
|--|---|
| <p>Un groupe n'utilise pas toute la ficelle pour créer le rectangle.</p>  | <p>Rappeler aux élèves la consigne qui précise qu'il faut tracer le rectangle en utilisant toute la ficelle.</p> <p>Demander aux élèves pourquoi cette directive est importante (p. ex., <i>Il faut utiliser toute la ficelle afin de garder la même longueur de ficelle pour le contour de tous les rectangles.</i>)</p> |
| <p>Un groupe peine à déterminer l'aire de la surface, car il trouve le nombre de carrés trop élevé.</p>  | <p>Demander aux élèves s'il leur est possible de déterminer l'aire de la surface sans dénombrer tous les carrés (p. ex., diviser le rectangle en sections, compter les unités carrées de chaque section, ensuite additionner les unités carrées de toutes les sections.)</p> |
| <p>Un groupe fait un quadrilatère, mais oublie qu'un rectangle a des angles droits.</p>  | <p>Demander aux élèves de nommer les propriétés d'un rectangle et d'expliquer si le quadrilatère tracé présente ces propriétés.</p> |

| Observations possibles | Interventions possibles |
|--|---|
| <p>Un groupe a de la difficulté à déterminer le périmètre des rectangles tracés.</p>  <p>Pour trouver le périmètre, les élèves comptent tous les carrés autour du rectangle jaune.</p>  <p>figure A</p> | <p>Poser des questions telles que :</p> <ul style="list-style-type: none"> – « Observe un carré dans un des coins du rectangle jaune (p. ex., le carré 3 de la figure A). Y a-t-il un côté de ce carré qui correspond à un côté du rectangle jaune que tu as tracé avec la ficelle ? » <p>Leur faire comprendre qu'aucun des côtés des carrés sur les coins de la figure ne correspond à un côté du rectangle jaune défini par la ficelle.</p> <p>Leur faire observer que même si la ficelle touche à plusieurs carrés ce n'est pas l'unité carrée qu'il faut compter, mais les côtés des carrés qui touchent la ficelle.</p>  <p>Figure B</p> <p>Si nécessaire, défaire la ficelle et l'étendre sur une ligne de la feuille quadrillée et ne compter que les longueurs des carrés.</p> |

Préparer un tableau de compilation des résultats de la classe. Pour ce faire, demander à un membre de chaque équipe d'inscrire les résultats de leur feuille de route sur ce tableau.



Demander ensuite à certaines équipes d'expliquer comment ils ont fait pour tracer leurs rectangles. (L'élève utilise le rétroprojecteur pour démontrer sa démarche et traite de l'importance d'utiliser des repères à chaque sommet afin de conserver les angles droits, de tenir la ficelle bien tendue et d'utiliser une règle pour tracer des lignes droites.)

Présenter le tableau de compilation rempli :

Exemple de tableau de compilation

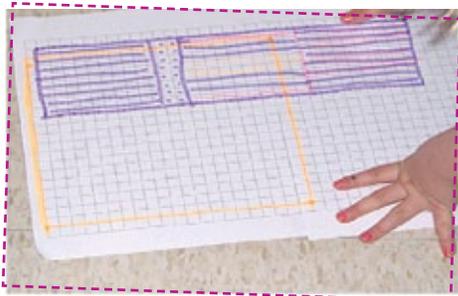
| Rectangle | Périmètre | Aire | Longueur des côtés |
|--------------------|-----------|--------------------|----------------------------|
| Équipe verte R1 | 86 cm | 156 unités carrées | 4 + 4 + 39 + 39 |
| Équipe verte R2 | 86 cm | 330 unités carrées | 10 + 10 + 33 + 33 |
| Équipe verte R3 | 86 cm | 460 unités carrées | 20 + 20 + 23 + 23 |
| Équipe or R1 | 82 cm | 40 unités carrées | 1 cm, 40 cm, 1 cm, 40 cm |
| Équipe or R2 | 82 cm | 78 unités carrées | 2 cm, 39 cm, 2 cm, 39 cm |
| Équipe or R3 | 82 cm | 348 unités carrées | 12 cm, 29 cm, 12 cm, 29 cm |
| Équipe violette R1 | 80 cm | 175 unités carrées | 5 cm, 35 cm, 5 cm, 35 cm |
| Équipe violette R2 | 80 cm | 300 unités carrées | 10 cm, 30 cm, 10 cm, 30 cm |
| Équipe violette R3 | 80 cm | 400 unités carrées | 4 côtés de 20 cm |

Légende : R1 représente le rectangle 1, R2 le rectangle 2 et R3 le rectangle 3

Utiliser les résultats inscrits dans le tableau de compilation pour consolider les connaissances des élèves au niveau des concepts du périmètre et de l'aire de la surface.

Poser des questions telles que :

- « Comment avez-vous déterminé le périmètre? » (*Nous avons déterminé le périmètre en comptant le nombre d'unités de longueur de chaque côté du rectangle.*)
- « Que remarquez-vous au sujet du périmètre des rectangles de chaque équipe? » (*Tous les rectangles d'une même équipe ont le même périmètre.*)
- « Selon vous, pourquoi avez-vous obtenu ces résultats? » (*Nous avons ces résultats parce que la ficelle de chaque équipe ne change pas de longueur, elle produit toujours le même périmètre.*)
- « Que remarquez-vous au sujet de l'aire de la surface des rectangles de chaque équipe? » (*L'aire de la surface de tous les rectangles d'une même équipe est différente.*)
- « Comment avez-vous procédé pour déterminer l'aire de la surface? »



**Le groupe compte par 10
(chaque ligne violette)**



**Le groupe utilise la grille de 100
et compte par 100**

– « Que remarquez-vous au sujet de la longueur des côtés de chacun des rectangles? »

Voici des exemples possibles de réponses d'élèves :

- *Même si les côtés des trois rectangles sont de longueurs différentes, la somme de la mesure des côtés demeure la même.*
- *Chaque rectangle a deux paires de côtés de même longueur.*
- *Plus la longueur d'une paire de côtés augmente, plus la longueur de l'autre paire de côtés diminue.*

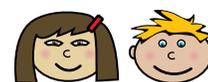
Le carré est un rectangle puisqu'il possède deux paires de côtés de même longueur.

– « Quels liens établissez-vous entre la longueur des côtés et le périmètre? » (*La somme des longueurs des côtés est égale au périmètre.*)

Avant l'apprentissage (mise en train)



Avant la mise en train, préparer des images de gâteaux fantaisistes découpées dans des revues ou recherchées dans Internet. Afficher au tableau ou au mur les images des gâteaux avant l'arrivée des élèves en classe. Poser quelques questions aux élèves pour les aider à identifier les différentes formes géométriques utilisées pour faire les gâteaux.

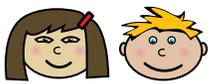
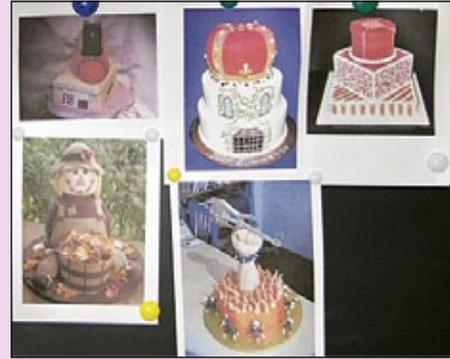


environ

10 minutes

Présenter aux élèves la situation-problème suivante :

Les grands chefs participent périodiquement à des compétitions de gâteaux. Imagine que cette année, pour la rencontre de la société des *As des mathématiques*, on lance ce défi : **créer un superbe gâteau composé de formes géométriques.**



équipes de 4



environ

60 minutes

Pendant l'apprentissage (exploration)

Idéalement, cette activité devrait se dérouler au gymnase.

Préparer à l'avance plusieurs ensembles de 12 formes géométriques de grand format.

Chaque ensemble doit contenir les mêmes formes.

Les formes géométriques de grand format sont découpées dans de grandes pièces de polystyrène (matériau offert dans un magasin d'articles de bureau) ou du carton. Il peut s'agir de quadrilatères, de triangles ou autres polygones. Tous les côtés des formes doivent être droits. Il est important que les élèves puissent facilement comparer les formes l'une à l'autre pour déterminer le plus grand périmètre.



Faire asseoir les élèves en cercle et distribuer à chacun une forme géométrique des ensembles de grand format.

Inviter les élèves à placer leur pièce devant eux pour qu'elle soit bien visible.

Ministère de l'Éducation de l'Ontario (2008) Guide d'enseignement efficace des mathématiques, de la maternelle à la 3^e année: Mesure, repéré à http://www.atelier.on.ca/edu/resources/guides/GEE_math_M_3_Mesure.pdf

Guide d'enseignement efficace des mathématiques, de la maternelle à la 3^e année
Mesure

Demander aux élèves s'ils estiment que leur pièce a le plus grand périmètre.

Inviter les autres élèves à manifester leur accord ou leur désaccord.

Certains élèves auront les mêmes formes géométriques puisque les ensembles sont composés seulement de 12 formes.

Regrouper les élèves en équipe de quatre et leur demander de déterminer laquelle de leur pièce a le plus grand périmètre. Il est très important que les élèves vérifient et justifient leur choix en utilisant une unité de mesure non conventionnelle, telle une corde à sauter. Demander aux élèves de partager leurs résultats et de décrire leur démarche pour comparer les périmètres.



Cette activité donne l'occasion de faire ressortir les limites des unités de mesure non conventionnelles (p. ex., manque de précision) et de proposer une transition vers les unités de mesure conventionnelles.

Recueillir les formes pour refaire les 12 ensembles de départ.

Regrouper les élèves en équipes de huit et remettre à chaque équipe un ensemble de 12 formes géométriques de grand format qui représentent des morceaux de gâteau à assembler.

Expliquer aux élèves les critères à respecter suivants :

- ◆ le gâteau est formé de 8 des 12 formes géométriques distribuées;
- ◆ le contour du gâteau est une ligne fermée;
- ◆ les côtés des figures utilisées doivent être juxtaposés;
- ◆ le gâteau a le plus grand périmètre possible.

Circuler parmi les groupes d'élèves, observer leur travail et poser des questions telles que :

- « Pourquoi avez-vous choisi ces formes? » (*Nous avons choisi les 8 formes qui ont le plus grand périmètre.*)
- « Comment allez-vous vérifier que votre gâteau a bien le plus grand périmètre possible? » (*Nous allons essayer différents agencements et mesurer chacun ou peut-être que nous allons d'abord juxtaposer les formes avec les plus grands périmètres et ensuite ajouter les autres.*)
- « Y aurait-il une autre façon d'organiser les formes de sorte que le périmètre de votre gâteau soit plus grand? » (*Il faut essayer de juxtaposer seulement un côté de chaque forme pour obtenir le plus grand périmètre.*)

- « Pour obtenir un plus grand périmètre, pourriez-vous remplacer l'une des formes choisies par l'une des formes non choisies? » (Il faut vérifier que la forme non choisie a un plus grand périmètre que la forme qu'elle remplace.)

Observations possibles

L'équipe ne choisit pas les pièces ayant le plus grand périmètre.



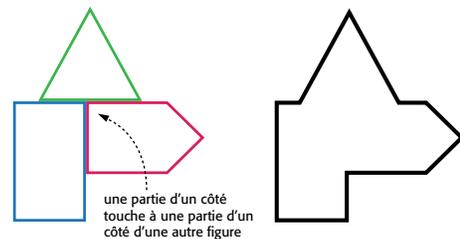
L'équipe assemble les pièces de sommet à sommet ou de sommet à arête et non en juxtaposant les côtés des formes.



Interventions possibles

L'enseignant ou l'enseignante demande aux élèves de justifier leur choix et les guide dans la mesure des périmètres de chaque forme géométrique à l'aide d'une ficelle ou d'une autre unité de mesure.

L'enseignant ou l'enseignante rappelle aux élèves que le contour du gâteau doit être une ligne fermée. (Une ligne fermée est une ligne dont les deux extrémités se touchent donc une partie du côté d'une pièce doit correspondre à une partie du côté d'une autre pièce.)



Après l'apprentissage (objectivation/échange mathématique)

Demander à chaque équipe de présenter son gâteau, d'expliquer ses choix de formes géométriques et la démarche suivie pour assembler le gâteau. Une fois les présentations terminées, poser des questions aux équipes et profiter de l'échange mathématique pour consolider les connaissances des concepts des élèves.

Pour des renseignements au sujet de l'échange mathématique, (voir *Rôle de l'enseignant*, p. 37).

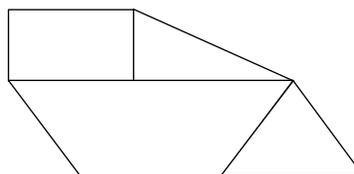
Présentation par équipe



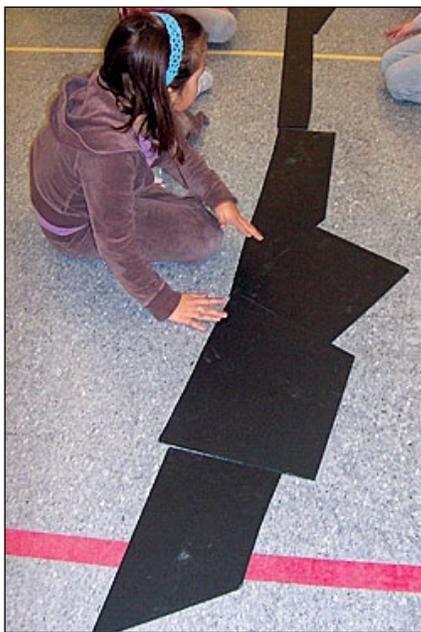
L'équipe présente un gâteau dont les pièces ont plusieurs côtés adjacents.

Piste de questionnement

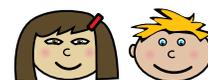
- « Au début, lorsqu'on vous a demandé de déterminer la forme ayant le plus grand périmètre, quelles ont été vos observations concernant les dimensions de cette pièce? » (*La forme géométrique avec le plus grand périmètre était longue et mince.*)
- « Votre gâteau a-t-il une forme semblable? »
- « Comment pouvez-vous modifier votre gâteau pour obtenir un plus grand périmètre? »



L'équipe présente un gâteau long et mince.



- « Votre gâteau répond-il à tous les critères? »
- « Comment en avez-vous déterminé le périmètre? »
- « Est-il possible de modifier votre gâteau pour obtenir un plus grand périmètre? »

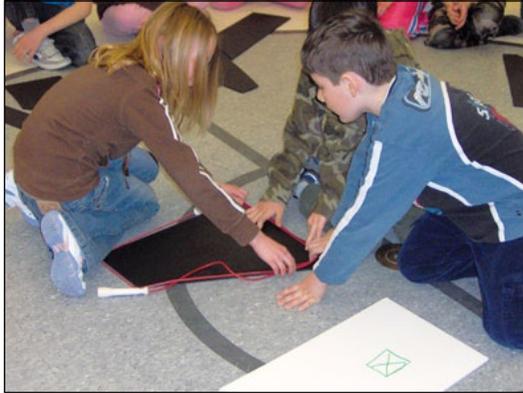


environ

30 minutes

Présentation par équipe

L'équipe a utilisé une corde à sauter pour déterminer le périmètre.



Piste de questionnement

- « Comment la corde à sauter vous aide-t-elle à déterminer le périmètre de votre gâteau? »
- « Que pourriez-vous utiliser pour obtenir une mesure plus exacte? » (*Nous pourrions mesurer la forme créée à l'aide d'unités de mesure conventionnelles.*)

Amorcer une discussion pour aider les élèves à comprendre comment ils peuvent déterminer lequel des gâteaux a le plus grand périmètre. Faire réaliser aux élèves que pour comparer les périmètres des gâteaux, ils doivent utiliser la même unité de mesure (p. ex., centimètre [cm]). Demander aux élèves de déterminer le périmètre de leur gâteau en centimètres.

Comparer les résultats obtenus lors d'un échange mathématique et identifier le gâteau avec le plus grand périmètre.

Prolongement – 1

Discuter avec les élèves d'un autre attribut du gâteau qu'il est possible de mesurer. Poser des questions telles que :

- « Quel autre attribut de votre gâteau est-il possible de déterminer? » (*Il est possible de déterminer l'aire de la surface de notre gâteau.*)
- « Quels objets étalons peut-on utiliser pour déterminer l'aire de la surface de votre gâteau? » (*On pourrait utiliser des papillons autocollants.*)
- « Que doit-on faire pour être capable de comparer les aires des surfaces des gâteaux? » (*On peut comparer les pièces utilisées ou on peut compter le nombre de papillons autocollants utilisés pour recouvrir la surface.*)
- « Les aires des surfaces des gâteaux seront-elles semblables ou différentes? Justifiez votre réponse? » (*Si les équipes ont utilisé les mêmes pièces, les aires des surfaces des gâteaux seront égales. Par contre, si les équipes n'ont pas utilisé les mêmes pièces, les aires des surfaces des gâteaux seront différentes.*)

Allouer du temps aux équipes pour déterminer l'aire de leur gâteau et comparer les résultats obtenus lors d'un échange mathématique.

Prolongement – 2

Remettre à chaque élève un ensemble de tangram et leur demander de construire un gâteau avec le plus petit ou le plus grand périmètre possible ou dont la surface a la plus petite ou la plus grande aire possible en utilisant toutes les pièces du tangram.

Adaptations

La situation d'apprentissage peut être modifiée pour répondre aux différents besoins des élèves.

| Pour faciliter la tâche | Pour enrichir la tâche |
|--|---|
| <ul style="list-style-type: none"> • Distribuer moins de pièces de grand format et noter la longueur des côtés en unités non conventionnelles sur chacune (trois longueurs de crayons ou de pailles). • Distribuer des pièces semblables (p. ex., des rectangles). | <ul style="list-style-type: none"> • Assembler 12 pièces pour construire le gâteau ayant le plus petit périmètre ou le gâteau dont la surface a la plus grande aire. • Assembler quatre pièces pour construire le gâteau dont la surface a la plus grande aire. |

Suivi à la maison

À la maison, les élèves peuvent :

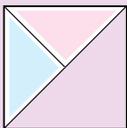
- ◆ Déterminer quelle pièce de la maison a le plus petit ou le plus grand périmètre.
- ◆ Déterminer quelle fenêtre de la maison a le plus grand ou le plus petit périmètre.
- ◆ Déterminer le périmètre et l'aire de la surface d'une nappe en utilisant des mesures non conventionnelles (p. ex., avec des napperons).
- ◆ Déterminer quel objet, une nappe ou un couvre-lit, a le plus grand périmètre ou a la surface ayant la plus grande aire.
- ◆ Trouver l'aire de moules à gâteaux à l'aide d'unités non conventionnelles et conventionnelles. Les tracer sur une feuille de papier quadrillé, noter les mesures dans un tableau et les ordonner suivant un ordre croissant par exemple.

ACTIVITÉ SUPPLÉMENTAIRE – 1

Matériel

- tangram (1 par équipe de quatre)
- des bouts de ficelles (1 ficelle par équipe de quatre)
- papier quadrillé (1 feuille par équipe de quatre)
- ciseaux (1 paire par équipe de quatre)
- feuille volante (1 par équipe de quatre)

Si un élève a de la difficulté à assembler les pièces du tangram en un carré, lui donner des conseils ou des idées (p. ex., placer les deux grands triangles dans un coin tel qu'illustré ci-contre.)



SOMMAIRE : Dans cette activité, les élèves utilisent les pièces d'un tangram pour construire des formes dont les surfaces ont la même aire. Ils utilisent une ficelle pour déterminer le périmètre.

DÉROULEMENT : Grouper les élèves en équipes de quatre et remettre à chacune un tangram, du papier quadrillé, de la ficelle et une paire de ciseaux.

Demander aux élèves d'assembler les pièces du tangram pour former un carré, d'utiliser une ficelle pour tracer son contour et de couper celle-ci de la longueur appropriée. Coller cette ficelle sur une feuille volante. Demander aux élèves d'utiliser les pièces du tangram pour construire trois autres formes de leur choix.

Pour chaque forme créée, demander aux élèves :

- ♦ de tracer le contour de la forme sur du papier quadrillé;
- ♦ de déterminer l'aire de la surface de la forme;
- ♦ de tracer le contour de la forme avec une ficelle et de couper celle-ci à la bonne longueur;
- ♦ de coller la ficelle ainsi coupée sur la feuille volante;
- ♦ d'inscrire les mesures des périmètres et des aires des surfaces des formes dans leur journal mathématique.

Certaines équipes pourraient utiliser un tangram reproduit au tableau interactif et suivre la même démarche pour créer une figure et en déterminer l'aire de sa surface ou le périmètre, ou chaque équipe pourrait construire une figure au tableau interactif. Une fois la figure créée, il est possible de l'imprimer et de poursuivre l'activité.

Regrouper les élèves et animer un échange mathématique. À tour de rôle, inviter les équipes à présenter leurs résultats. Animer une discussion en posant des questions telles que :

- « Que représente la longueur des ficelles? » (*La longueur du tour de la forme, le périmètre de la forme, la distance autour de la forme, etc.*)
- « Que remarquez-vous au sujet du périmètre des formes? » (*Les formes n'ont pas toutes le même périmètre, certaines formes ont le même périmètre.*)

- « Pourquoi avez-vous obtenu des résultats différents même si vous avez utilisé les mêmes pièces des tangrams? » (*Les côtés des pièces étaient juxtaposés ou étaient disposés différemment.*)
- « Que remarquez-vous au sujet de l'aire des surfaces des formes? » (*Les surfaces des formes ont toutes la même aire.*)
- « Comment avez-vous obtenu ce résultat? (*Nous avons compté les carreaux recouverts par les pièces sur le papier quadrillé. Nous avons utilisé les mêmes pièces du tangram donc les surfaces des morceaux ont la même aire même si l'orientation des formes change.*)

Lors de la discussion, amener les élèves à réaliser que :

- ◆ toutes les surfaces des formes ont la même aire puisqu'elles sont assemblées avec les mêmes pièces (voir *Conservation*, p. 53);
- ◆ toutes les formes n'ont pas le même périmètre.

ACTIVITÉ SUPPLÉMENTAIRE – 2

Telle longueur, telle partie!

SOMMAIRE : Dans cette activité, les élèves observent un objet (p. ex., une chaise) choisi par l'enseignant ou l'enseignante, et déterminent quelle partie de l'objet peut être mesurée par l'unité de mesure inscrite sur une carte.

DÉROULEMENT : Grouper les élèves en cercle. Placer un objet (p. ex., une chaise) au milieu du cercle. Distribuer un carton rouge et un carton bleu à tous les élèves. Placer toutes les cartes de l'annexe 3.2 face contre table. Inviter un élève à piger une carte et à lire la mesure qui y est inscrite (p. ex., 40 cm). Inviter le même élève à nommer une partie de la chaise qu'il associerait à cette longueur. (*Je crois que le dossier de la chaise mesure 40 cm de large.*)

Puisque l'on désigne l'attribut *longueur* par différents termes (p. ex., distance entre deux points, hauteur d'un édifice, profondeur d'un seau, épaisseur d'un livre, longueur d'une ficelle, largeur d'une table), il est important que l'élève comprenne qu'il faut ajouter les expressions « de long », « de large », « de haut » lorsqu'on associe la mesure à une partie d'un objet.

Matériel

- objets à mesurer (p. ex., chaise, table, écharpe, sac d'école, tableau interactif)
- annexe 3.2 (p. 172; 1 copie)
- cartons rouges et cartons bleus (1 carton de chaque couleur par élève)
- rubans à mesurer



Demander aux élèves de lever la carte rouge s'ils sont d'accord avec l'unité de mesure notée sur le carton ou la carte bleue s'ils sont en désaccord, puis demander à quelques-uns de justifier leur raisonnement.

Inviter un élève à mesurer la largeur du dos de la chaise à l'aide d'un ruban à mesurer et à comparer cette mesure à la longueur notée sur la carte.

Poser les questions suivantes :

– « Y a-t-il d'autres parties qui ont la même mesure? »

– « Comment peux-tu le vérifier? »

Refaire la même démarche avec les autres cartes.

À un autre moment que vous jugerez opportun :

- ◆ Refaire la même démarche avec divers objets (p. ex., manteau, table, chevalet).
- ◆ Organiser une « chasse à la mesure » en remettant une carte de l'annexe 3.2 à chaque équipe de deux élèves et en leur demandant de repérer, dans la classe, dans l'école ou à l'extérieur, des objets dont une mesure correspond à celle indiquée sur la carte. Chaque équipe représente ses résultats et vérifie ses estimations.

Aire et périmètre

| |
|---|
| Cycle visé : 2 ^e et 3 ^e cycles |
| Concepts : Mesure (périmètre et aire) |
| But de l'activité : Estimer et mesurer l'aire et le périmètre de surfaces |
| Matériel nécessaire : 14 bâtonnets de <i>popsicle</i> et 7 grands carrés par élève |
| <p>Description de l'activité :</p> <p>Partie A : Même périmètre et aire différente</p> <ul style="list-style-type: none"> • Distribuer 14 bâtons de la même couleur à chaque élève. • Demander à chaque élève de faire le contour d'une figure en utilisant tous les bâtons. La figure doit être fermée et les bâtons doivent être à l'horizontale ou à la verticale (ils ne peuvent pas être en diagonale). • En équipe de 2, demander aux élèves de comparer leur figure : <ul style="list-style-type: none"> ○ Laquelle a le plus grand périmètre? Explique. ○ Laquelle occupe une plus grande surface? Explique. • Demander aux élèves de partager en grand groupe leur discussion. <i>Toutes les figures ayant 14 bâtonnets de périmètre auront-elles toutes la même aire?</i> • Demander aux élèves de former avec les bâtons la figure qui aura le plus grand périmètre, la plus petite aire et la plus grande aire. <p>Partie B : Même aire et périmètre différent</p> <ul style="list-style-type: none"> • Distribuer 7 grands carrés à chaque élève. • Demander à chaque élève de faire une figure avec les carrés. • En équipe de 2, demander aux élèves de comparer leur figure : <ul style="list-style-type: none"> ○ Laquelle a le plus grand périmètre? Explique. ○ Laquelle occupe une plus grande surface? Explique. • Demander aux élèves de partager en grand groupe leur discussion. • Demander aux élèves de former avec les carrés la figure qui aura la plus petite aire, le plus petit périmètre et le plus grand périmètre. <p>Remarques :</p> <ul style="list-style-type: none"> - Les élèves croient souvent que deux figures de même aire auront le même périmètre et que deux figures ayant le même périmètre auront la même aire. Cette activité permet d'éliminer cette fausse conception. - Les élèves peuvent utiliser divers moyens pour comparer leurs figures. Ils pourraient, par exemple, les superposer. |

Activités de 6^e année

Aire

Exploration de l'aire à l'aide du tangram

- L'enseignante ou l'enseignant remet un tangram à chaque élève. Pour cette activité, les pièces d'un seul tangram suffisent.
- Elle ou il mentionne aux élèves que le carré a une aire d'une unité carrée.
- Elle ou il demande aux élèves d'utiliser les pièces du tangram pour :

- montrer 2 figures différentes qui ont la même aire;



- construire deux figures qui ont une aire de 4 unités carrées;



- construire une figure qui a une aire de 3 unités carrées demie.



et

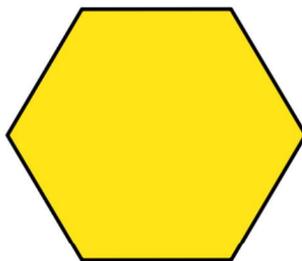
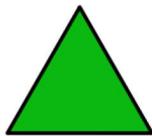
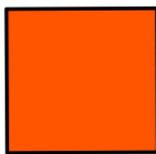
- Après chaque étape de cette activité, un échange mathématique avec justification est nécessaire. Il permet aux élèves de découvrir des stratégies de résolution de problème différentes des leurs.

- ◇ Je pige une carte dans l'enveloppe.
- J'utilise les blocs pour faire ce qui est demandé sur la carte.
- ◇ Je vérifie le travail de mon coéquipier.
- ◇ et □ On demande à l'enseignante de valider notre travail.
- ◇ ⇔ □ On échange les rôles.

Atelier Blocs mosaïques

- ◇ Je pige une carte dans l'enveloppe.
- J'utilise les blocs pour faire ce qui est demandé sur la carte.
- ◇ Je vérifie le travail de mon coéquipier.
- ◇ et □ On demande à l'enseignante de valider notre travail.
- ◇ ⇔ □ On échange les rôles.

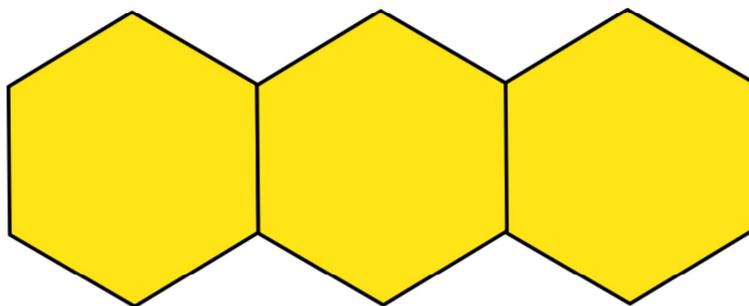
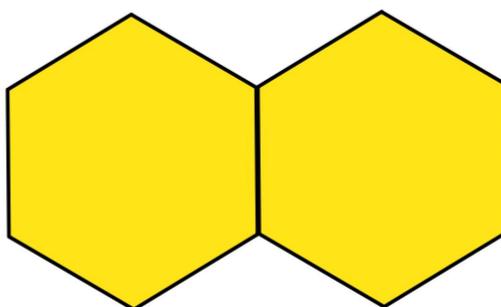
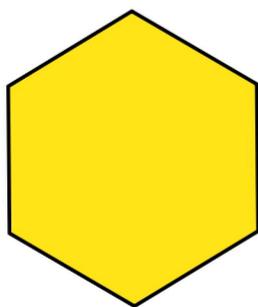
Utilise un côté du carré comme unité étalon.



Quel est le périmètre de ces 4 figures?



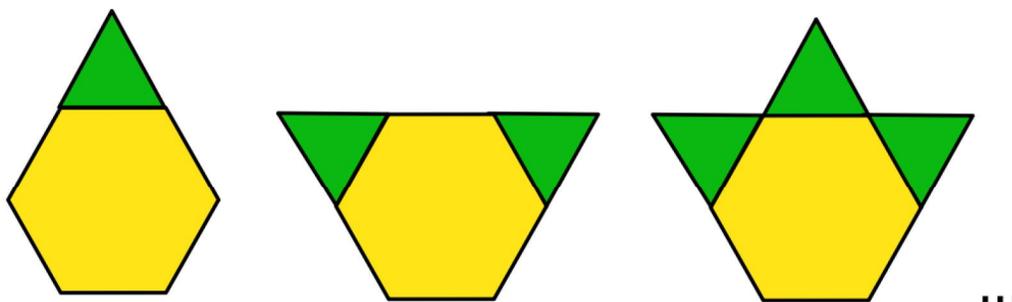
Quel est le périmètre de ces 3 figures?



Quel sera le périmètre de la prochaine figure?



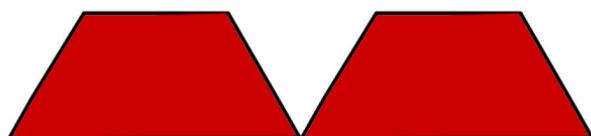
Complète la suite:



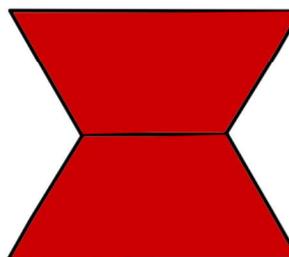
Utilise 2 trapèzes pour inventer des formes qui ont un périmètre de 6, 7, 8 unités.



Incorrect



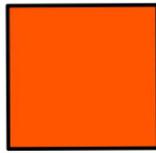
Correct



Est-il possible de faire une forme qui a un périmètre de 9 unités? De 10 unités?



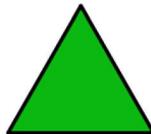
Utilise 6 carrés pour faire le plus de figures différentes possible.



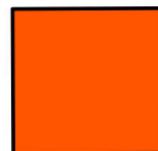
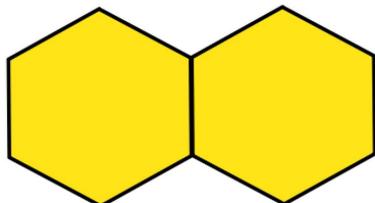
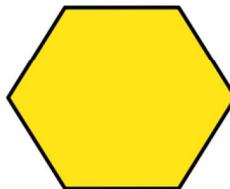
Dessine tes réponses sur une feuille quadrillée.
Est-ce que toutes tes figures ont la même aire?



Utilise le triangle comme unité d'aire.



Quelle est l'aire de ces figures?



Utilise le losange comme unité d'aire.

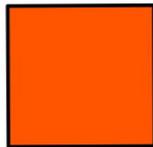


Fais une figure qui a 12 côtés et une aire de 6 losanges.

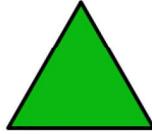


Utilise le carré comme unité d'aire.

Combien de rectangles différents ayant une aire de 12 carrés peux-tu faire?



Utilise le triangle comme unité d'aire.

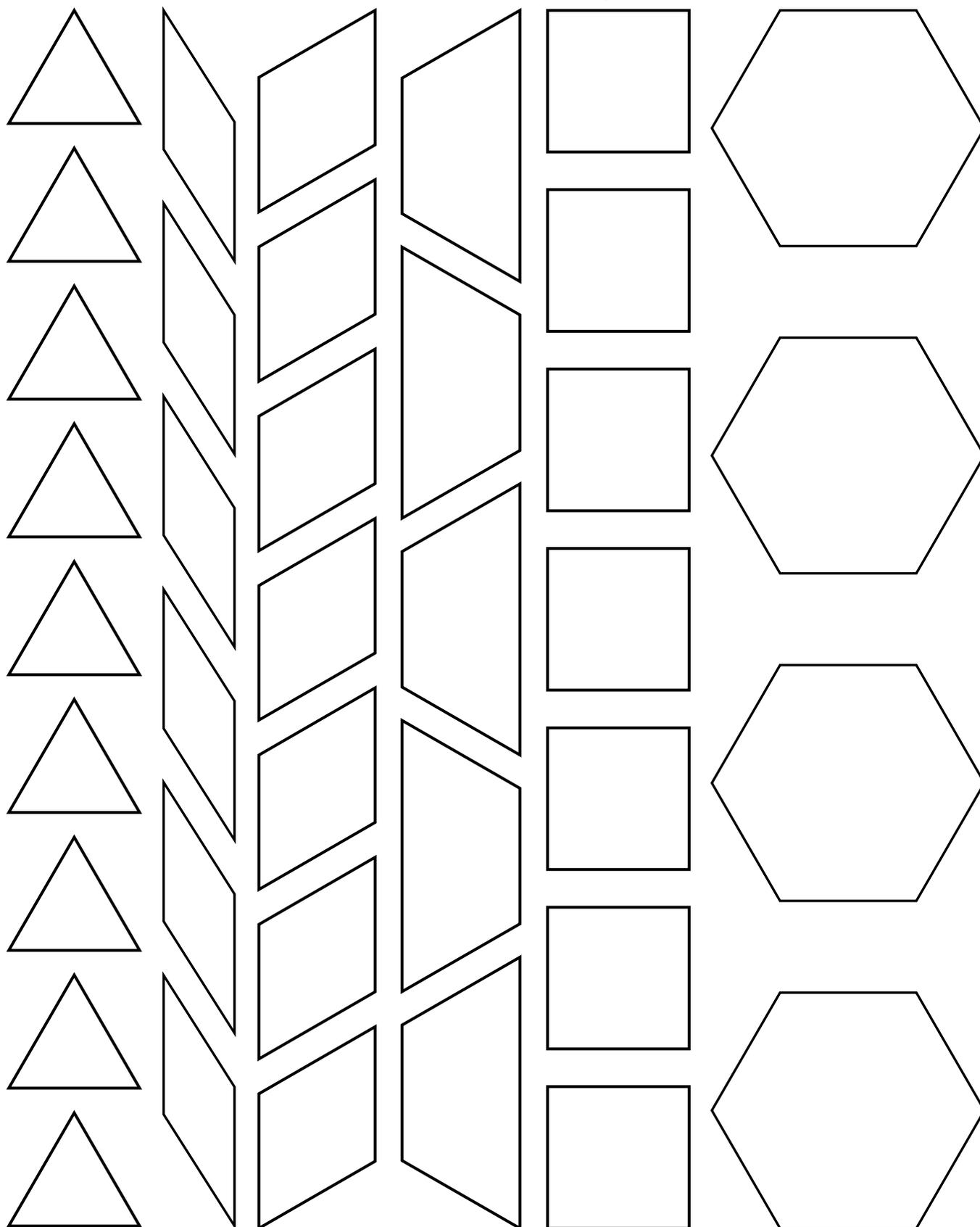


En utilisant le moins de pièces possibles, fais une figure qui a une aire de:

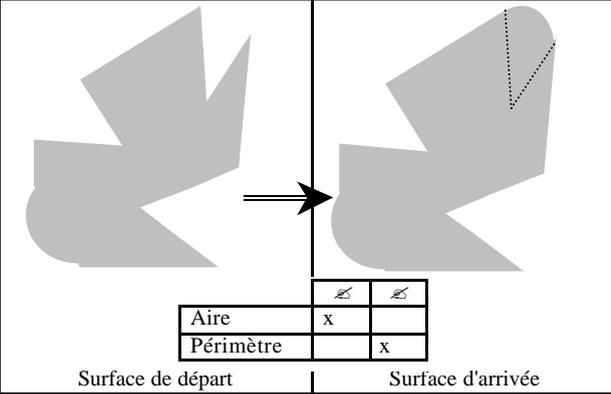
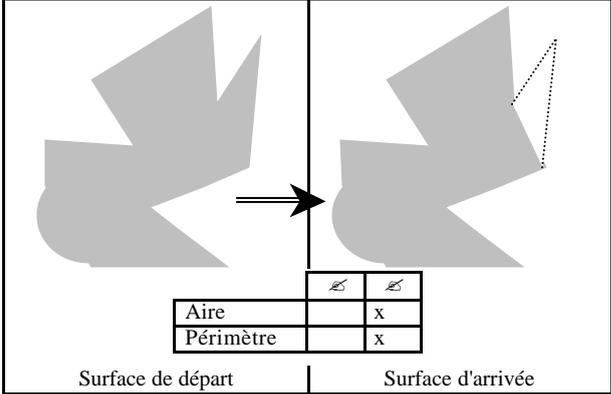
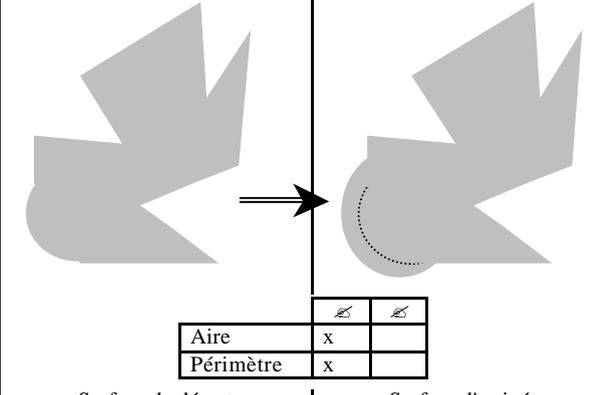
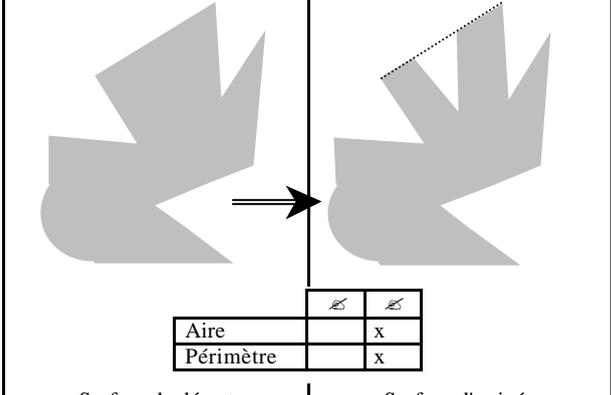
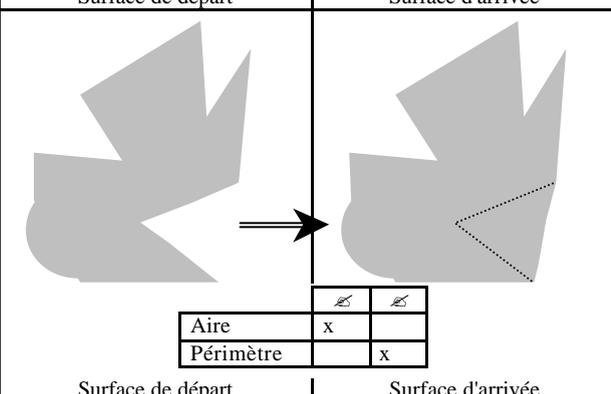
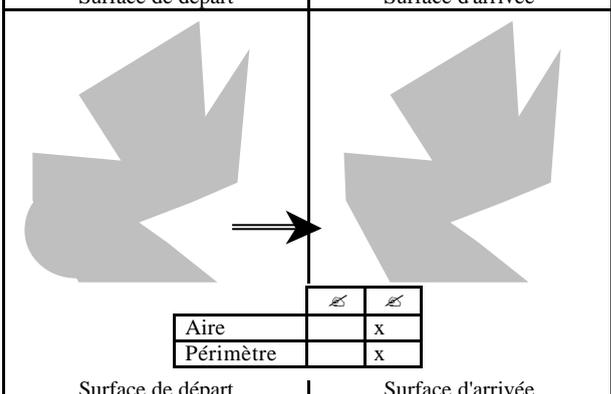
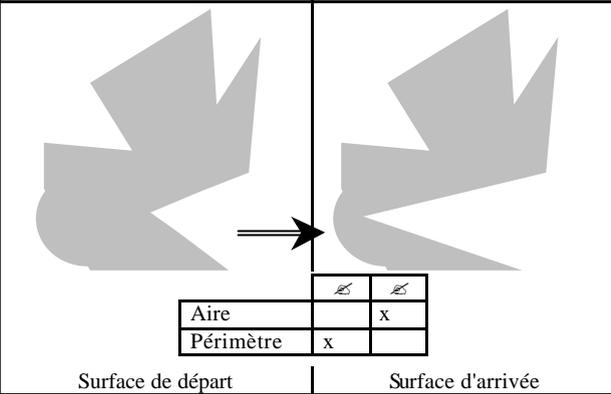
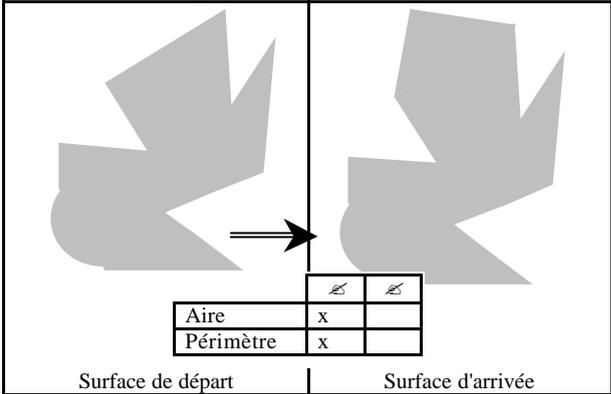
- 1) 8 unités
- 2) 12 unités



Blocs-formes (tous)



Dans chaque cas, préciser la variation du périmètre et de l'aire

| | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
|--|--------|--------|--------|------|---|---|-----------|---|---|---|--|--------|--------|------|---|---|-----------|---|---|
|  <table border="1" data-bbox="359 459 609 548"> <tbody> <tr> <td></td> <td>\neq</td> <td>\neq</td> </tr> <tr> <td>Aire</td> <td>x</td> <td></td> </tr> <tr> <td>Périmètre</td> <td></td> <td>x</td> </tr> </tbody> </table> <p>Surface de départ Surface d'arrivée</p> | | \neq | \neq | Aire | x | | Périmètre | | x |  <table border="1" data-bbox="1008 459 1259 548"> <tbody> <tr> <td></td> <td>\neq</td> <td>\neq</td> </tr> <tr> <td>Aire</td> <td></td> <td>x</td> </tr> <tr> <td>Périmètre</td> <td></td> <td>x</td> </tr> </tbody> </table> <p>Surface de départ Surface d'arrivée</p> | | \neq | \neq | Aire | | x | Périmètre | | x |
| | \neq | \neq | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| Aire | x | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| Périmètre | | x | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| | \neq | \neq | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| Aire | | x | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| Périmètre | | x | | | | | | | | | | | | | | | | | |
|  <table border="1" data-bbox="359 884 609 974"> <tbody> <tr> <td></td> <td>\neq</td> <td>\neq</td> </tr> <tr> <td>Aire</td> <td>x</td> <td></td> </tr> <tr> <td>Périmètre</td> <td>x</td> <td></td> </tr> </tbody> </table> <p>Surface de départ Surface d'arrivée</p> | | \neq | \neq | Aire | x | | Périmètre | x | |  <table border="1" data-bbox="1008 884 1259 974"> <tbody> <tr> <td></td> <td>\neq</td> <td>\neq</td> </tr> <tr> <td>Aire</td> <td></td> <td>x</td> </tr> <tr> <td>Périmètre</td> <td></td> <td>x</td> </tr> </tbody> </table> <p>Surface de départ Surface d'arrivée</p> | | \neq | \neq | Aire | | x | Périmètre | | x |
| | \neq | \neq | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| Aire | x | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| Périmètre | x | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| | \neq | \neq | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| Aire | | x | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| Périmètre | | x | | | | | | | | | | | | | | | | | |
|  <table border="1" data-bbox="359 1276 609 1366"> <tbody> <tr> <td></td> <td>\neq</td> <td>\neq</td> </tr> <tr> <td>Aire</td> <td>x</td> <td></td> </tr> <tr> <td>Périmètre</td> <td></td> <td>x</td> </tr> </tbody> </table> <p>Surface de départ Surface d'arrivée</p> | | \neq | \neq | Aire | x | | Périmètre | | x |  <table border="1" data-bbox="1008 1276 1259 1366"> <tbody> <tr> <td></td> <td>\neq</td> <td>\neq</td> </tr> <tr> <td>Aire</td> <td></td> <td>x</td> </tr> <tr> <td>Périmètre</td> <td></td> <td>x</td> </tr> </tbody> </table> <p>Surface de départ Surface d'arrivée</p> | | \neq | \neq | Aire | | x | Périmètre | | x |
| | \neq | \neq | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| Aire | x | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| Périmètre | | x | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| | \neq | \neq | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| Aire | | x | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| Périmètre | | x | | | | | | | | | | | | | | | | | |
|  <table border="1" data-bbox="359 1668 609 1758"> <tbody> <tr> <td></td> <td>\neq</td> <td>\neq</td> </tr> <tr> <td>Aire</td> <td></td> <td>x</td> </tr> <tr> <td>Périmètre</td> <td>x</td> <td></td> </tr> </tbody> </table> <p>Surface de départ Surface d'arrivée</p> | | \neq | \neq | Aire | | x | Périmètre | x | |  <table border="1" data-bbox="1008 1668 1259 1758"> <tbody> <tr> <td></td> <td>\neq</td> <td>\neq</td> </tr> <tr> <td>Aire</td> <td>x</td> <td></td> </tr> <tr> <td>Périmètre</td> <td>x</td> <td></td> </tr> </tbody> </table> <p>Surface de départ Surface d'arrivée</p> | | \neq | \neq | Aire | x | | Périmètre | x | |
| | \neq | \neq | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| Aire | | x | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| Périmètre | x | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| | \neq | \neq | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| Aire | x | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| Périmètre | x | | | | | | | | | | | | | | | | | | |

Commentaires :

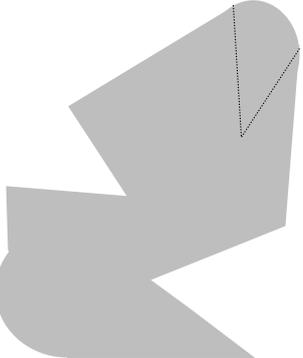
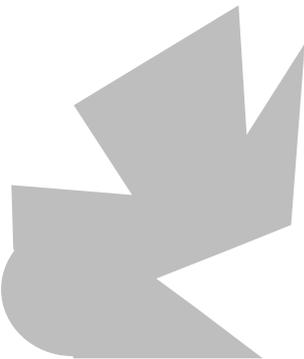
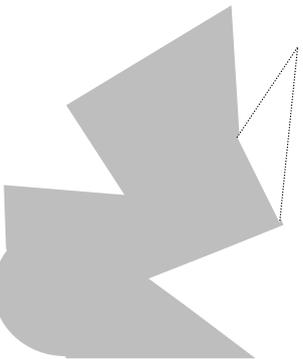
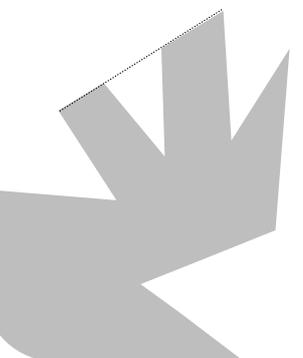
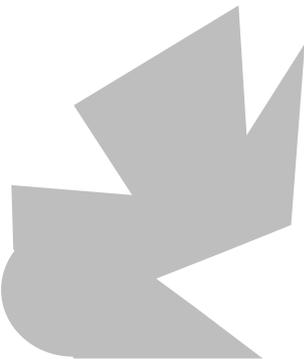
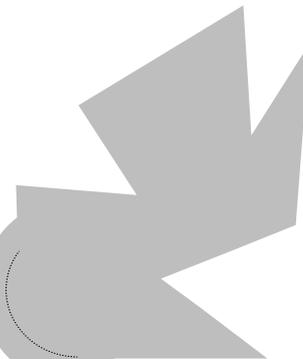
Bien faire comprendre l'organisation de la fiche, en particulier qu'il s'agit de préciser les variations quand on passe de la Surface de départ à la Surface d'arrivée.

Il peut être souhaitable de réaliser avec les élèves la première, voire la seconde étude en procédant ainsi :

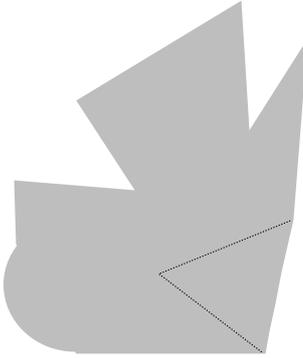
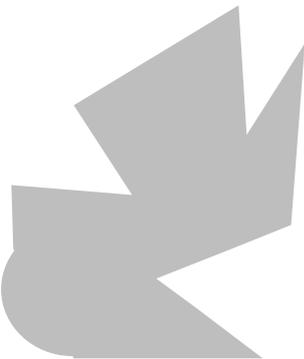
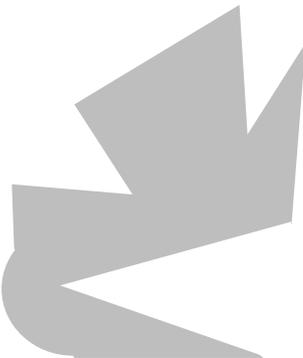
- 1) Qu'est-ce qui a changé quand on passe de la Surface de départ à la nouvelle Surface
- 2) Comment varie l'aire ?
- 3) Comment varie le périmètre ?

On remarquera que pour les 5 premiers cas, une indication permet de repérer plus facilement la transformation.

Dans chaque cas, préciser la variation du périmètre et de l'aire

| | | | | | | | | | | | |
|--|---|---|---|---|------|--|--|-----------|--|--|---|
|  <p>Surface de départ</p> |  <table border="1" style="margin: auto;"> <tr> <td style="width: 20px;"></td> <td style="width: 20px; text-align: center;">↗</td> <td style="width: 20px; text-align: center;">↘</td> </tr> <tr> <td>Aire</td> <td style="width: 20px; height: 15px;"></td> <td style="width: 20px; height: 15px;"></td> </tr> <tr> <td>Périmètre</td> <td style="width: 20px; height: 15px;"></td> <td style="width: 20px; height: 15px;"></td> </tr> </table> | | ↗ | ↘ | Aire | | | Périmètre | | |  <p>Surface d'arrivée</p> |
| | ↗ | ↘ | | | | | | | | | |
| Aire | | | | | | | | | | | |
| Périmètre | | | | | | | | | | | |
|  <p>Surface de départ</p> |  <table border="1" style="margin: auto;"> <tr> <td style="width: 20px;"></td> <td style="width: 20px; text-align: center;">↗</td> <td style="width: 20px; text-align: center;">↘</td> </tr> <tr> <td>Aire</td> <td style="width: 20px; height: 15px;"></td> <td style="width: 20px; height: 15px;"></td> </tr> <tr> <td>Périmètre</td> <td style="width: 20px; height: 15px;"></td> <td style="width: 20px; height: 15px;"></td> </tr> </table> | | ↗ | ↘ | Aire | | | Périmètre | | |  <p>Surface d'arrivée</p> |
| | ↗ | ↘ | | | | | | | | | |
| Aire | | | | | | | | | | | |
| Périmètre | | | | | | | | | | | |
|  <p>Surface de départ</p> |  <table border="1" style="margin: auto;"> <tr> <td style="width: 20px;"></td> <td style="width: 20px; text-align: center;">↗</td> <td style="width: 20px; text-align: center;">↘</td> </tr> <tr> <td>Aire</td> <td style="width: 20px; height: 15px;"></td> <td style="width: 20px; height: 15px;"></td> </tr> <tr> <td>Périmètre</td> <td style="width: 20px; height: 15px;"></td> <td style="width: 20px; height: 15px;"></td> </tr> </table> | | ↗ | ↘ | Aire | | | Périmètre | | |  <p>Surface d'arrivée</p> |
| | ↗ | ↘ | | | | | | | | | |
| Aire | | | | | | | | | | | |
| Périmètre | | | | | | | | | | | |
|  <p>Surface de départ</p> |  <table border="1" style="margin: auto;"> <tr> <td style="width: 20px;"></td> <td style="width: 20px; text-align: center;">↗</td> <td style="width: 20px; text-align: center;">↘</td> </tr> <tr> <td>Aire</td> <td style="width: 20px; height: 15px;"></td> <td style="width: 20px; height: 15px;"></td> </tr> <tr> <td>Périmètre</td> <td style="width: 20px; height: 15px;"></td> <td style="width: 20px; height: 15px;"></td> </tr> </table> | | ↗ | ↘ | Aire | | | Périmètre | | |  <p>Surface d'arrivée</p> |
| | ↗ | ↘ | | | | | | | | | |
| Aire | | | | | | | | | | | |
| Périmètre | | | | | | | | | | | |

Dans chaque cas, préciser la variation du périmètre et de l'aire (suite)

| | | | | | | | | | | | |
|--|--|---|---|---|------|--|--|-----------|--|--|---|
|  <p>Surface de départ</p> |  <table border="1" style="margin: auto;"> <tr> <td style="width: 20px;"></td> <td style="width: 20px; text-align: center;">↗</td> <td style="width: 20px; text-align: center;">↘</td> </tr> <tr> <td>Aire</td> <td style="width: 20px;"></td> <td style="width: 20px;"></td> </tr> <tr> <td>Périmètre</td> <td style="width: 20px;"></td> <td style="width: 20px;"></td> </tr> </table> | | ↗ | ↘ | Aire | | | Périmètre | | |  <p>Surface d'arrivée</p> |
| | ↗ | ↘ | | | | | | | | | |
| Aire | | | | | | | | | | | |
| Périmètre | | | | | | | | | | | |
|  <p>Surface de départ</p> |  <table border="1" style="margin: auto;"> <tr> <td style="width: 20px;"></td> <td style="width: 20px; text-align: center;">↗</td> <td style="width: 20px; text-align: center;">↘</td> </tr> <tr> <td>Aire</td> <td style="width: 20px;"></td> <td style="width: 20px;"></td> </tr> <tr> <td>Périmètre</td> <td style="width: 20px;"></td> <td style="width: 20px;"></td> </tr> </table> | | ↗ | ↘ | Aire | | | Périmètre | | |  <p>Surface d'arrivée</p> |
| | ↗ | ↘ | | | | | | | | | |
| Aire | | | | | | | | | | | |
| Périmètre | | | | | | | | | | | |
|  <p>Surface de départ</p> |  <table border="1" style="margin: auto;"> <tr> <td style="width: 20px;"></td> <td style="width: 20px; text-align: center;">↗</td> <td style="width: 20px; text-align: center;">↘</td> </tr> <tr> <td>Aire</td> <td style="width: 20px;"></td> <td style="width: 20px;"></td> </tr> <tr> <td>Périmètre</td> <td style="width: 20px;"></td> <td style="width: 20px;"></td> </tr> </table> | | ↗ | ↘ | Aire | | | Périmètre | | |  <p>Surface d'arrivée</p> |
| | ↗ | ↘ | | | | | | | | | |
| Aire | | | | | | | | | | | |
| Périmètre | | | | | | | | | | | |
|  <p>Surface de départ</p> |  <table border="1" style="margin: auto;"> <tr> <td style="width: 20px;"></td> <td style="width: 20px; text-align: center;">↗</td> <td style="width: 20px; text-align: center;">↘</td> </tr> <tr> <td>Aire</td> <td style="width: 20px;"></td> <td style="width: 20px;"></td> </tr> <tr> <td>Périmètre</td> <td style="width: 20px;"></td> <td style="width: 20px;"></td> </tr> </table> | | ↗ | ↘ | Aire | | | Périmètre | | |  <p>Surface d'arrivée</p> |
| | ↗ | ↘ | | | | | | | | | |
| Aire | | | | | | | | | | | |
| Périmètre | | | | | | | | | | | |



Déterminer la surface approximative avec...

But

Cette activité permet à l'élève de mesurer la surface d'un objet avec diverses unités de mesure non conventionnelles.

Matériel

- Papillons amovibles
- Dominos
- Pièces de 25 cents en argent scolaire
- Grille quadrillée sur transparent
- Crayon de plomb, feuille de papier grand format, ruban adhésif

Démarche

1. Placer les élèves en équipes de 2.
2. Remettre à chaque équipe des papillons amovibles, des pièces de 25 cents, une grille, etc.
3. Demander aux élèves de mesurer la surface d'un pupitre avec les dominos.
4. Demander aux élèves de mesurer à nouveau la surface du même pupitre avec des pièces de 25 cents.
5. Poser les questions suivantes :
 - a. Comment pourrait-on mesurer la surface du pupitre avec un seul domino?
 - b. Comment pourrait-on mesurer la surface du pupitre avec un papillon amovible?
 - c. La mesure de la surface du pupitre sera-t-elle plus grande en dominos ou en papillons amovibles? Comment le sais-tu?
 - d. Quelle est la surface du pupitre en dominos?
 - e. Quelle est la surface du pupitre en papillons amovibles?
 - f. Est-ce que la mesure du pupitre est plus grande en dominos? Comment le sais-tu?
6. Demander aux élèves de mesurer la surface d'une figure quelconque ou d'un livre géant avec :
 - a. un papillon amovible;
 - b. une grille quadrillée;
 - c. une pièce de 25 cents.
7. Faire un retour avec toute la classe afin de faire réaliser aux élèves que quelle que soit l'unité de mesure utilisée, la surface d'un objet ne change pas.

Annexe 13

Retour

le sens de l'attribut et de sa mesure. Par la suite, il ou elle peut faire ressortir les limites de l'unité choisie et les avantages d'utiliser une unité de mesure conventionnelle.

Exemple

Un enseignant ou une enseignante de 4^e année propose aux élèves de déterminer l'aire d'un tapis pour exercices au sol. Il ou elle leur présente divers objets (p. ex., jeton circulaire, carreau algébrique, papillon autocollant, boîte de CD, grand carton, ballon) et leur demande d'indiquer, pour chacun, si l'objet constitue un bon choix d'unité de mesure pour cette tâche et d'expliquer pourquoi. Le tableau suivant présente des exemples de réponse possible.

| Objet | Réponse possible |
|--|---|
| Jeton circulaire | Ce n'est pas un bon choix parce que sa forme circulaire ne se prête pas bien à la mesure de l'aire d'une surface rectangulaire. |
| Carreau algébrique Papier autocollant | La forme rectangulaire de ces deux objets reflète bien l'attribut à mesurer. Par contre, puisqu'il faudrait un très grand nombre de chacun de ces objets pour recouvrir le tapis, ils ne constituent pas les meilleurs choix comme objet étalon. |
| Boîte de CD Grand carton | Chacun de ces deux objets constitue un bon choix d'objet étalon parce qu'il est facile de les utiliser pour recouvrir le tapis et ainsi déterminer son aire. Il importe de souligner que dans le cas de la boîte de CD, c'est l'aire d'une des faces qui sert d'unité de mesure. |
| Ballon | Ce n'est pas un bon choix parce que sa surface courbe ne se prête pas à la mesure de l'aire du tapis. |

Afin de s'assurer que les élèves comprennent bien le sens d'une unité de mesure, l'enseignant ou l'enseignante demande à quelques-uns de démontrer **comment** les boîtes de CD et les grands cartons pourraient être utilisés pour déterminer l'aire du tapis. Les élèves démontrent alors comment il est possible de recouvrir le tapis à l'aide de chacun de ces objets (voir *Juxtaposer des unités de mesure*, p. 92-93).



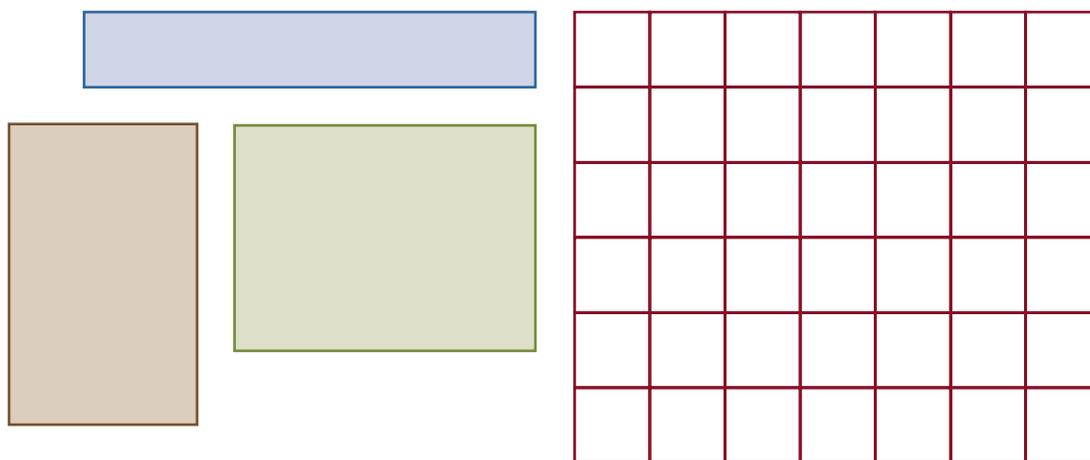
L'enseignant ou l'enseignante incite ensuite les élèves à réfléchir aux désavantages d'utiliser ces unités de mesure pour déterminer l'aire du tapis en posant des questions telles que :

- « Si je vous disais que l'aire du tapis est égale à l'aire de 6 grands cartons, auriez-vous une bonne image de l'aire du tapis? Justifie ta réponse. » (*Oui, mais seulement dans la mesure où on a une bonne image mentale du carton utilisé. Sinon, il n'est pas possible de se faire une bonne image de l'aire du tapis.*)
- « Pour acheter du tissu pour recouvrir le tapis, serait-il utile de dire au vendeur ou à la vendeuse que l'aire du tapis correspond à l'aire de 36 faces de boîte de CD? Pourquoi? » (*Non, parce que ce n'est pas là une unité de mesure qui est couramment utilisée pour décrire une quantité de tissu.*)

En reprenant l'activité à l'aide de centimètres carrés ou de mètres carrés comme unités de mesure, l'enseignant ou l'enseignante peut souligner que ces unités sont dites conventionnelles parce qu'elles sont employées couramment par un grand nombre de personnes et qu'elles ont, par le fait même, l'avantage de rendre la communication de la mesure claire. Il ou elle peut aussi faire ressortir le fait que les unités de mesure conventionnelles choisies doivent aussi refléter l'attribut à mesurer, se prêter à la situation et être de préférence identiques afin d'être utiles et appropriées pour résoudre la situation-problème.

Exemple d'activité

L'enseignant ou l'enseignante remet aux élèves une série de rectangles, ainsi que le transparent d'une grille quadrillée en centimètres carrés. En superposant le transparent sur chaque rectangle, les élèves déterminent la mesure de sa base, de sa hauteur et de son aire, puis notent les résultats dans un tableau.



| Rectangle | Base | Hauteur | Aire |
|-----------|--------|---------|--------------------|
| bleu | 6 cm | 1 cm | 6 cm ² |
| vert | 4 cm | 3 cm | 12 cm ² |
| brun | 2,5 cm | 4 cm | 10 cm ² |

Lors de l'échange mathématique, l'enseignant ou l'enseignante fait ressortir les différentes stratégies utilisées par les élèves pour déterminer l'aire telles que :

- J'ai placé le transparent sur le rectangle et j'ai dénombré les carrés qui recouvrent sa surface.
- L'aire de chaque rectangle est comme une disposition rectangulaire. J'ai dénombré les carrés dans une rangée et j'ai multiplié par le nombre de rangées. Par exemple, dans le rectangle vert, il y a 3 rangées de 4 carrés chacune.

- J'ai dénombré les carrés dans une colonne et j'ai multiplié par le nombre de colonnes. Par exemple, dans le rectangle brun, il y a 2,5 colonnes de 4 carrés chacune.

Il ou elle incite ensuite les élèves à formuler une généralisation relative à la relation qui existe entre les dimensions d'un rectangle et son aire. La formulation se fait d'abord en mots (*l'aire du rectangle est égale au produit de la mesure de sa base et de sa hauteur*), puis à l'aide de symboles mathématiques ($A = b \times h$).

La formule de l'aire d'un rectangle est l'une des premières qu'apprennent les élèves. Elle se présente généralement sous la forme $A = L \times l$ et se lit « l'aire est égale à la longueur multipliée par la largeur ». Si l'on pense à d'autres formules d'aire, il existe une expression équivalente, mais dont le concept sous-jacent est plus unificateur. Il s'agit de la formule $A = b \times h$, qui se lit « l'aire est égale à la base multipliée par la hauteur ». Cette formulation en fonction de la base et de la hauteur peut être généralisée à tous les parallélogrammes et facilite l'élaboration de formules de l'aire d'un triangle et d'un trapèze.

(Van de Walle et Lovin, 2008b, p. 274)

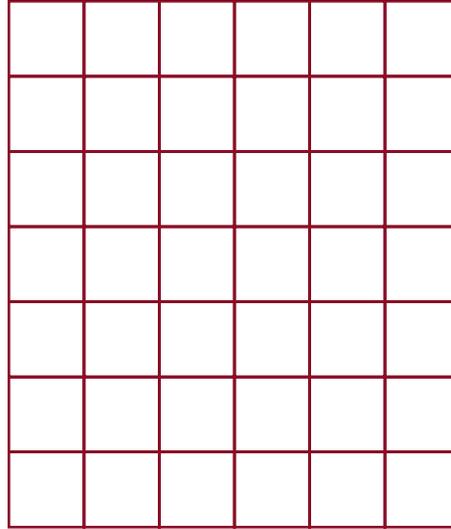
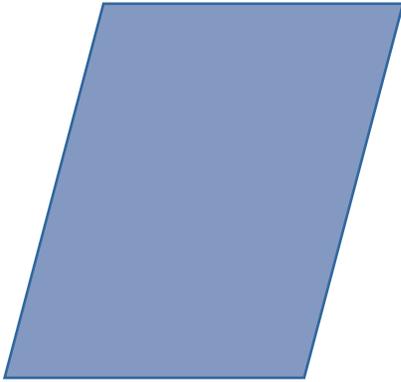
La plupart des étapes de passage de la formule d'aire d'une figure à une autre sont des démarches de découverte, de construction, permettant l'induction : à partir de ce qu'il connaît, l'enfant combine, recherche et construit la formule d'aire qu'il ne connaît pas.

(Roegiers, 2000, p. 134)

Parallélogramme : Lorsque les élèves ont bien compris comment déterminer l'aire d'un rectangle, ainsi que le sens de la formule usuelle correspondante ($A = b \times h$), ils peuvent utiliser ces connaissances pour établir la relation entre les dimensions d'un parallélogramme et son aire.

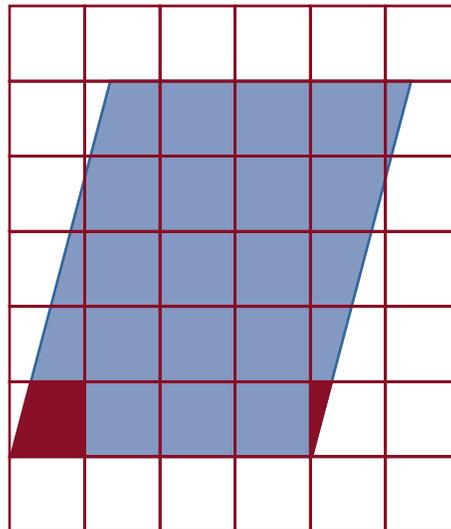
Exemple d'activité

L'enseignant ou l'enseignante groupe les élèves par deux et remet à chaque équipe un parallélogramme dont la mesure de la base et celle de la hauteur correspondent à des valeurs entières (p. ex., base de 4 cm et hauteur de 5 cm). Il ou elle leur remet aussi le transparent d'une grille quadrillée en centimètres carrés et leur demande s'ils peuvent trouver une façon de déterminer l'aire du parallélogramme.

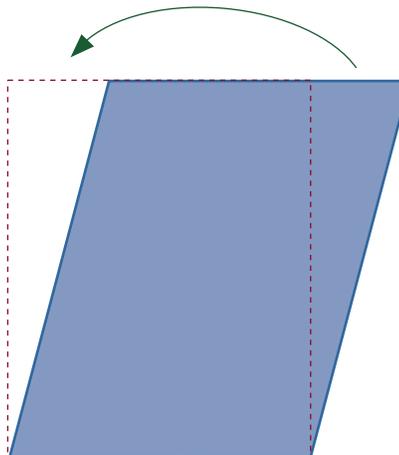


Lors de l'échange mathématique, l'enseignant ou l'enseignante fait ressortir les différentes stratégies utilisées par les élèves pour déterminer l'aire. Par exemple :

- On a placé le transparent sur le rectangle et on a d'abord dénombré les carrés entiers. Puis, on a remarqué que pour chaque rangée, la partie de carré à gauche combinée à la partie de carré à droite donnait un carré entier. On a donc pu déterminer que l'aire du parallélogramme est égale à 20 cm^2 .



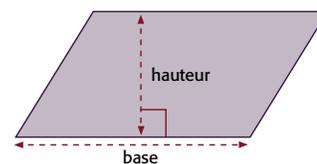
- On a vu que si on trace un triangle à droite à l'intérieur du parallélogramme, qu'on le découpe et qu'on le déplace à gauche, on obtient un rectangle dont la base mesure 4 cm et la hauteur mesure 5 cm. Puisque l'aire du rectangle est égale à 20 cm^2 ($A = b \times h$), c'est aussi l'aire du parallélogramme.



L'enseignant ou l'enseignante amène ensuite les élèves à formuler une généralisation relative à la relation entre les dimensions d'un parallélogramme et son aire en posant des questions telles que :

- « Quelle est la mesure de la base du parallélogramme? » (4 cm)
- « Quelle est la mesure de la hauteur du parallélogramme? Comment le savez-vous? » (La hauteur mesure 5 cm. C'est ce qu'on obtient quand on place le parallélogramme verticalement sur la table et qu'on mesure sa hauteur avec une règle.)

Note : Plusieurs élèves ont tendance à associer la hauteur du parallélogramme à la mesure de son côté oblique. Ils auront besoin d'examiner différentes situations avant de bien comprendre que **la hauteur d'une figure correspond à la distance perpendiculaire entre sa base et son sommet.**

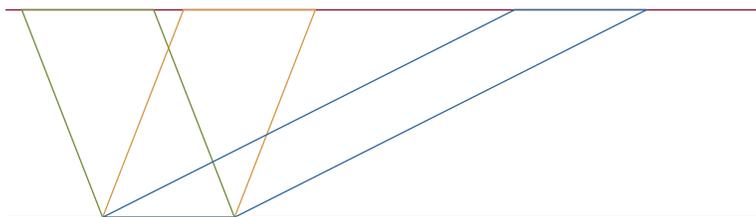


- « Quelle relation y a-t-il entre ces deux mesures et l'aire du parallélogramme? » (Si on multiplie ces deux mesures, on obtient la mesure de l'aire du parallélogramme.)
- « Pensez-vous que cette relation serait vraie pour tous les parallélogrammes? Pourquoi? » (Oui, parce que la stratégie utilisée pour déterminer l'aire fonctionnerait de la même façon pour n'importe quel parallélogramme et mènerait à la même conclusion.)
- « Pouvez-vous décrire, en mots et à l'aide de symboles mathématiques, la relation entre les dimensions d'un parallélogramme et son aire? » (L'aire d'un parallélogramme est égale au produit de la mesure de sa base et de sa hauteur, soit $A = b \times h$.)
- « Comment expliquez-vous que cette relation soit la même que pour un rectangle? » (On peut toujours transformer un parallélogramme en un rectangle de façon à ce que les deux figures aient la même base et la même hauteur. Ces deux figures ont donc la même aire.)

Note : Profiter de cette situation pour rappeler aux élèves que tous les rectangles sont des parallélogrammes.

L'enseignant ou l'enseignante peut ensuite présenter aux élèves la figure suivante et leur demander :

- « Que pouvez-vous dire au sujet de l'aire des parallélogrammes vert, orange et bleu? » (*Ils ont la même aire puisque les trois ont la même base et la même hauteur.*)

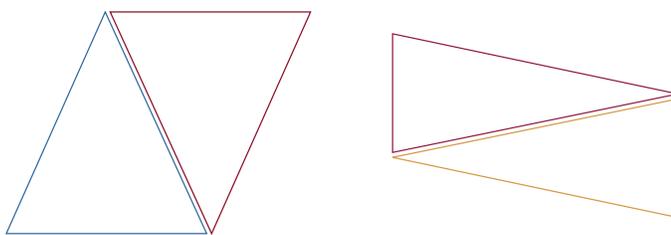


On peut aussi illustrer cette situation d'une façon dynamique en utilisant le logiciel Cybergéomètre ou le tableau interactif.

Triangle : Lorsque les élèves ont bien compris comment déterminer l'aire d'un rectangle et l'aire d'un parallélogramme, ainsi que le sens de la formule $A = b \times h$, ils peuvent utiliser ces connaissances pour établir la relation entre les dimensions d'un triangle et son aire.

Exemple d'activité

L'enseignant ou l'enseignante demande aux élèves de dessiner deux paires de triangles congruents, de les découper et d'assembler chaque paire de façon à former un parallélogramme. Soulignons que si une des paires de triangles est composée de triangles rectangles, le parallélogramme qui sera alors formé sera un rectangle.



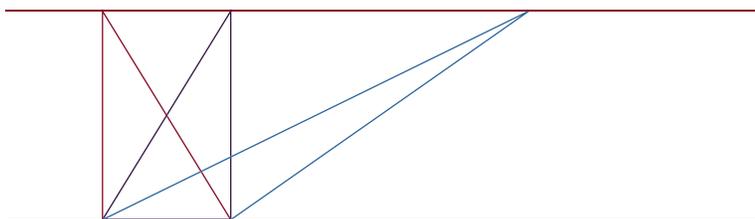
L'enseignant ou l'enseignante incite ensuite les élèves à établir la relation entre les dimensions du triangle et son aire en posant des questions telles que :

- « Quelle relation y a-t-il entre la hauteur et la base d'un des triangles, et la hauteur et la base du parallélogramme correspondant? » (*Le triangle et le parallélogramme correspondant ont la même base et la même hauteur.*)
- « Comment pourrait-on utiliser cette relation pour déterminer l'aire d'un triangle? » (*On peut d'abord déterminer l'aire du parallélogramme. Ensuite, puisqu'il faut 2 triangles congruents pour former le parallélogramme, l'aire de chaque triangle doit être égale à la moitié de l'aire du parallélogramme.*)

- « Pouvez-vous décrire, en mots et à l'aide de symboles mathématiques, la relation entre les dimensions d'un triangle et son aire? » [*L'aire du triangle est égale à la moitié du produit de la mesure de sa base et de sa hauteur, soit $A = \frac{1}{2} (b \times h)$.*]

L'enseignant ou l'enseignante peut ensuite présenter aux élèves la figure suivante et leur demander :

- « Que pouvez-vous dire au sujet de l'aire des triangles rouge, violet et bleu? » (*Ils ont la même aire puisque les trois ont la même base et la même hauteur.*)



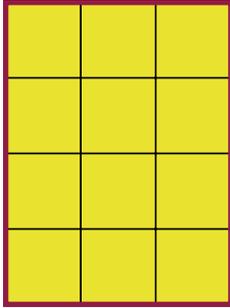
On peut aussi illustrer cette situation d'une façon dynamique en utilisant le logiciel Cybergéomètre ou le tableau interactif.

D'autres relations entre les dimensions et l'aire d'un rectangle peuvent aussi être explorées. Même si ces relations ne mènent pas à l'élaboration de formules, elles permettent aux élèves de proposer des conjectures et de les vérifier.

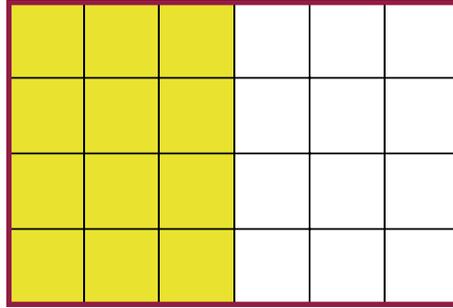
Exemple

L'enseignant ou l'enseignante remet aux élèves trois rectangles et leur demande de déterminer l'aire de chacun. Puis, il ou elle leur demande de doubler la mesure de la base de chaque rectangle et de déterminer l'aire des nouveaux rectangles. Il ou elle leur demande ensuite d'analyser les résultats afin de déterminer ce qu'il advient de l'aire d'un rectangle lorsqu'on double la mesure de sa base. Le tableau suivant présente un exemple de résultats possibles.

| Rectangle | Base | Hauteur | Aire | Relation |
|-----------|------------------|---------|--|--|
| n° 1 | 3 cm | 4 cm | 12 cm ² | Si la mesure de la base d'un rectangle est doublée, l'aire du rectangle est aussi doublée. |
| | 2 × 3 cm = 6 cm | 4 cm | 24 cm ² (2 × 12 cm ²) | |
| n° 2 | 7 cm | 10 cm | 70 cm ² | |
| | 2 × 7 cm = 14 cm | 10 cm | 140 cm ² (2 × 70 cm ²) | |
| n° 3 | 4 cm | 18 cm | 72 cm ² | |
| | 2 × 4 cm = 8 cm | 18 cm | 144 cm ² (2 × 72 cm ²) | |



Rectangle n° 1



Rectangle n° 1 avec la mesure de la base doublée

L'enseignant ou l'enseignante propose ensuite aux élèves d'émettre une conjecture par rapport à chacune des situations suivantes et de la vérifier à l'aide des rectangles donnés.

Situation 1 : « Qu'advient-il de l'aire d'un rectangle lorsqu'on double la mesure de sa hauteur? Justifiez votre réponse. » (*L'aire du rectangle est doublée.*)

Situation 2 : « Qu'advient-il de l'aire d'un rectangle lorsqu'on double la mesure de sa hauteur et de sa base? Justifiez votre réponse. » (*L'aire du rectangle est quadruplée.*)

Situation 3 : « Qu'advient-il du périmètre d'un rectangle lorsqu'on double la mesure de sa hauteur et de sa base? Justifiez votre réponse. » (*Le périmètre du rectangle est doublé.*)

L'enseignant ou l'enseignante peut aussi proposer aux élèves des activités qui leur permettent d'explorer des situations pour lesquelles il n'y a pas de relation entre les attributs *longueur* et *aire*. Ce type d'activité permet aux élèves de mieux comprendre l'importance de vérifier une conjecture avant de conclure qu'elle est vraie.



Activités de mesure d'aire avec des unités conventionnelles

Visualiser les unités de mesure de l'aire

But

Cette activité permet de construire des figures planes ayant une mesure d'aire donnée.

Matériel

- Plusieurs boîtes de carton très grandes (pour cuisinière ou réfrigérateur)
- Papier journal grand format.
- Ciseaux
- Mètres
- Ruban gommé ou gommette.

Démarche

1. Sur un carton assez grand, tracer et découper un carré dont les côtés ont une longueur de 1 mètre.
2. Afficher ce carton sur un mur de la salle de classe comme grandeur repère d'un mètre carré.
3. Demander aux élèves de construire à l'aide d'un morceau de carton, un carré dont l'aire de la surface est de 1 dm^2 . Ils se réfèrent à la grandeur repère sur le mur pour vérifier si leur construction respecte la mesure demandée.
 - Demander à certains élèves de coller leur construction sur un mur pour fins de comparaison et de discussion.
4. Demander aux élèves de construire à l'aide d'un morceau de carton, un carré dont l'aire de la surface est de 1 cm^2 . Ils se réfèrent à la grandeur repère sur le mur pour vérifier si leur construction respecte la mesure demandée.
 - Demander à certains élèves de coller leur construction sur un mur pour fins de comparaison et de discussion.

5. Dans un espace assez vaste comme un gymnase, demander aux élèves de construire ou de tracer un carré dont l'aire est 1 dam^2 (ou 1 a).
 - Demander à certaines équipes de montrer leur construction au reste de la classe.

6. À l'aide de feuilles de papier journal grand format, demander aux élèves de construire un rectangle dont l'aire de la surface est de 1 m^2 .
 - Demander à certaines équipes de montrer leur construction au reste de la classe.

L'unité d'aire appropriée

But

Dans cette activité, l'élève choisit l'unité de mesure conventionnelle la plus appropriée pour estimer et déterminer l'aire de la surface d'objets familiers.

Matériel

- Différents objets familiers dont l'aire d'une face peut être mesurée, règles de 30 cm (graduée en centimètres et en millimètres).
- Quelques mètres
- Un carton d'un mètre carré affiché au mur.
- Un carton d'un décimètre carré affiché au mur.
- Le quadrillage en carrés de 1 cm² photocopié sur transparent (voir annexe page suivante).

Démarche

Pour chaque objet énuméré dans le tableau suivant :

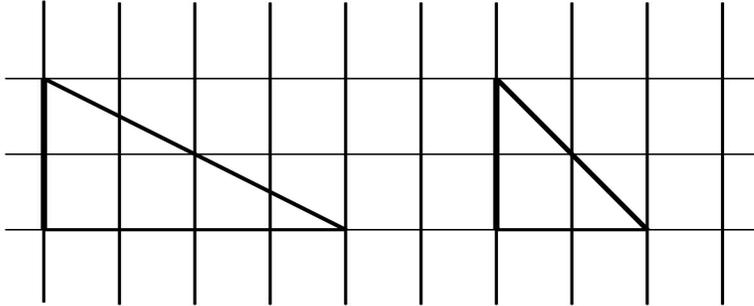
1. Choisir l'unité de mesure la plus appropriée pour déterminer l'aire de la surface;
2. Estimer l'aire de la surface de l'objet;
3. Utiliser le matériel de manipulation pour déterminer l'aire de la surface approximative.
4. Faire un retour sur les unités de mesure choisies pour chacun des objets et sur les aires approximatives trouvées.

| | Unité de mesure d'aire la plus appropriée | Estimer | L'aire approximative |
|---------------------------|---|---------------------|----------------------|
| Le dessus d'un pupitre | | | |
| Une tranche de pain | cm ² | 100 cm ² | 120 cm ² |
| Le plancher d'un corridor | | | |
| Un mur du gymnase | | | |
| Une carte bancaire | | | |
| Une patinoire | | | |
| Un papillon amovible | | | |
| Un terrain de soccer | | | |

Activité 1

Rechercher l'aire

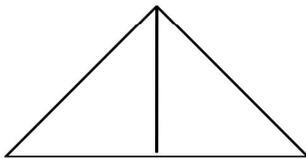
1. a) Sans mesurer, recherche l'aire des deux triangles.



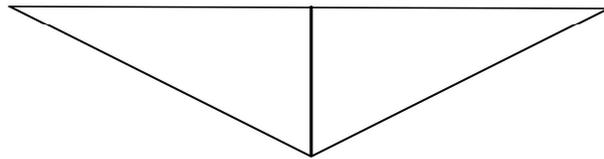
Aire en cm^2 :

Aire en cm^2 :

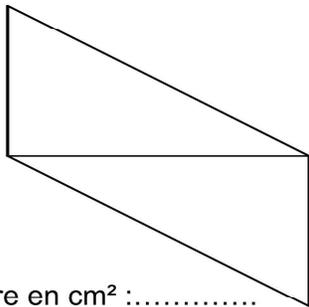
b) Sans mesurer, recherche l'aire en cm^2 des différentes figures.



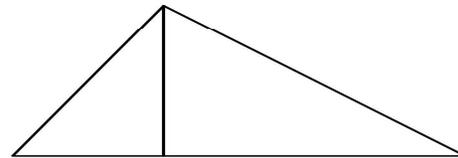
Aire en cm^2 :



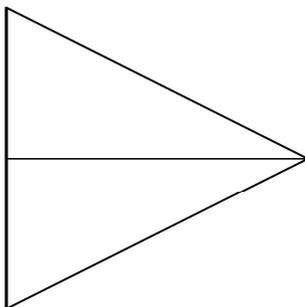
Aire en cm^2 :



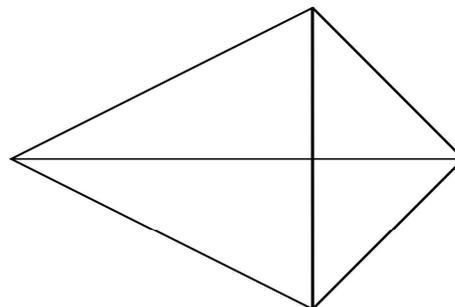
Aire en cm^2 :



Aire en cm^2 :

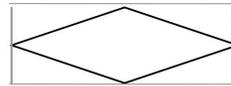


Aire en cm^2 :

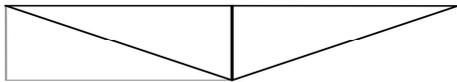


Aire en cm^2 :

2. Le rectangle A et la nouvelle figure ont-elles même aire ? Entoure chaque fois vrai ou faux.



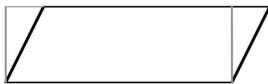
Vrai - Faux



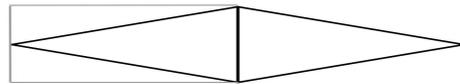
Vrai - Faux



Vrai - Faux



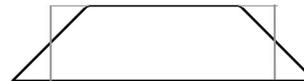
Vrai - Faux



Vrai - Faux



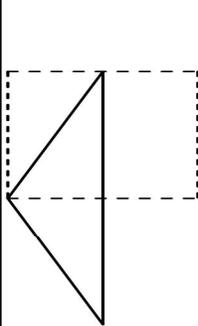
Vrai - Faux



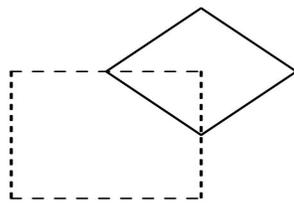
Vrai - Faux

3. Recherche l'aire des figures en les comparant aux figures en pointillé.

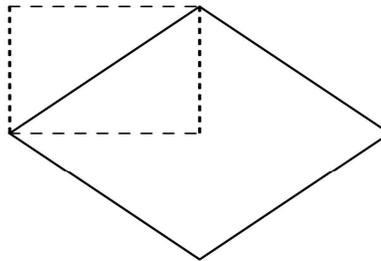
Aire du rectangle en pointillé : 6 cm^2



Aire de la figure en cm^2 :
.....

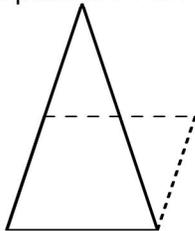


Aire de la figure en cm^2 :
.....

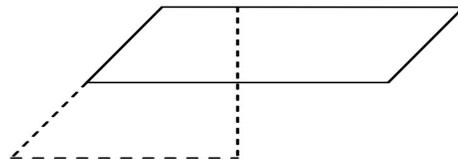


Aire de la figure en cm^2 :
.....

Aire du parallélogramme en pointillé : 4 cm^2

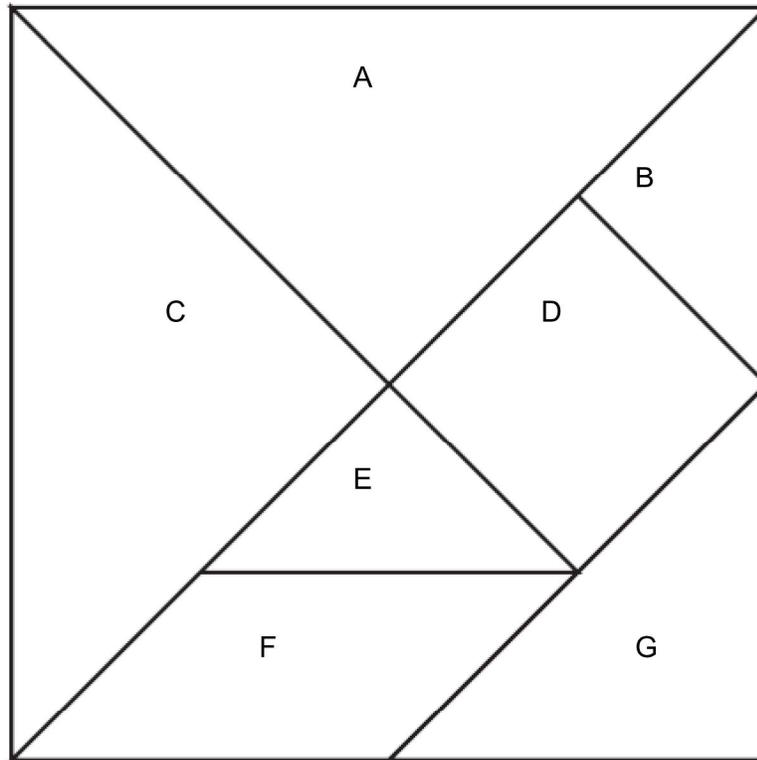


Aire du trapèze en pointillé : 5 cm^2

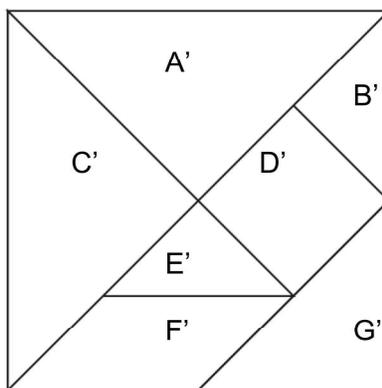


Aire de la figure en cm^2 :
.....

4. Voici un Tangram inscrit dans un carré de 10 cm de côté. Sans mesurer, précise l'aire de chacune de ses pièces. Écris tes réponses dans les figures.



5. Voici un autre Tangram inscrit dans un carré de 5 cm de côté. Sans mesurer, précise l'aire de chacune de ses pièces. Écris tes réponses dans les figures.



6. Compare

L'aire de A est ... fois plus ... que l'aire de G.

L'aire de A est ... fois plus ... que l'aire de A'.

L'aire de B est ... fois plus ... que l'aire de D.

L'aire de D est ... fois plus ... que l'aire de D'.

L'aire de E est ... fois plus ... que l'aire de F.

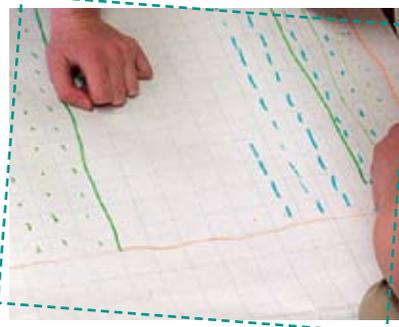
L'aire de F est ... fois plus ... que l'aire de F'.

LIENS AVEC DES CONCEPTS DANS LES AUTRES DOMAINES DE MATHÉMATIQUES

Exemple 1 : Dimensions et facteurs

Cette activité intègre des concepts en mesure ainsi qu'en numération et sens du nombre.

L'enseignant ou l'enseignante demande à chaque élève de créer le plus de rectangles différents possible dont l'aire est de 100 cm^2 et dont les dimensions correspondent à des nombres naturels. Lorsque les élèves ont terminé, il ou elle demande à différents élèves de décrire un de leurs rectangles et



Ministère de l'Éducation de l'Ontario (2008) Guide d'enseignement efficace des mathématiques, de la 4e à la 6e année: Mesure, repéré à http://atelier.on.ca/edu/resources/guides/GEE_math_4-5-6_Mesure.pdf

d'expliquer comment ils ont déterminé son aire. Au fur et à mesure des réponses, l'enseignant ou l'enseignante dresse la liste des différents rectangles possibles au tableau interactif ou sur une grande feuille de papier.

Exemple

Rectangle A : 1 cm sur 100 cm

Rectangle B : 2 cm sur 50 cm

Rectangle C : 4 cm sur 25 cm

Rectangle D : 5 cm sur 20 cm

Rectangle E : 10 cm sur 10 cm

Par la suite, l'enseignant ou l'enseignante anime une discussion pour faire ressortir le lien entre l'ensemble des facteurs de 100 (1, 2, 4, 5, 10, 20, 25, 50 et 100) et les dimensions d'un rectangle ayant une aire de 100 cm^2 . Il ou elle leur demande ensuite d'utiliser un tel lien pour dresser la liste de tous les rectangles dont les dimensions correspondent à des nombres naturels et dont l'aire est, par exemple, égale à 200 cm^2 . (Il y a 6 rectangles différents possibles : 1 cm sur 200 cm, 2 cm sur 100 cm, 4 cm sur 50 cm, 5 cm sur 40 cm, 8 cm sur 25 cm et 10 cm sur 20 cm).



JEU MATHÉMATIQUE

- JEU DE L'AIRE -



Intentions pédagogiques

- ❖ Mettre en évidence le potentiel ludique des mathématiques
- ❖ Développer le répertoire mémorisé de la multiplication (multiples de 1 à 6)
- ❖ Calculer l'aire de surfaces

Composantes de la compétence travaillées

- ❖ Mobiliser des concepts et des processus mathématiques appropriés à la situation (C2)
- ❖ Appliquer des processus mathématiques appropriés à la situation (C2)
- ❖ Justifier des actions ou des énoncés en faisant appel à des concepts et à des processus mathématiques (C2)

Concepts utilisés

- ❖ Opérations arithmétiques (addition et multiplication)
- ❖ Aire

Ressources matérielles

- ❖ 2 dés réguliers
- ❖ Feuille quadrillée
- ❖ 2 crayons de couleurs différentes

Niveaux scolaires visés



Compétence travaillée



Champ mathématique concerné



Formule pédagogique suggérée



Temps requis

Environ 15 minutes



Déroulement suggéré



Étape 1 : Introduction

Placer les élèves en équipes de 4. Fournir 2 dés par équipe, une feuille et quatre crayons.

Étape 2 : Le jeu (15 minutes)

Le but du jeu est d'avoir l'aire totale la plus grande à la fin de la partie.

Les quatre joueurs commencent la partie en partant des 4 coins de la feuille (un élève à chaque coin). Chacun leur tour, ils lancent les 2 dés et dessinent un rectangle ayant la largeur et la longueur des nombres obtenus avec le lancer du dé. Ils peuvent placer leur rectangle dans l'orientation qu'ils désirent (horizontale ou verticale). Ils calculent l'aire du rectangle et l'écrivent à l'intérieur. Les rectangles dessinés doivent toucher à au moins un des côtés d'un autre rectangle dessiné par le même joueur.

Les élèves doivent essayer de positionner leur rectangle le plus efficacement possible afin d'en mettre le plus grand nombre possible sur la feuille.

Le jeu se termine lorsque les quatre joueurs n'ont plus de place pour dessiner leur rectangle même si certains espaces de la feuille sont encore vierges.

Le gagnant est celui qui a la plus grande aire totale.

Variantes

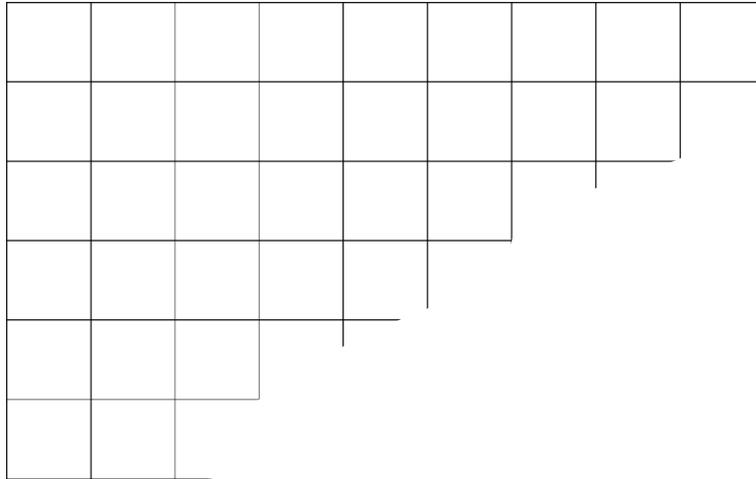
- Donner une feuille plus grande aux joueurs.
- Jouer à deux et partir de deux coins opposés (en diagonale).

Pour aller plus loin!

Pour aller plus loin, donner à chacun des élèves sa propre feuille. Les enfants doivent remplir leur feuille avec les rectangles. Lorsque l'élève lance les dés, la multiplication de chiffres obtenus donne l'aire du rectangle qu'il doit dessiner sur sa feuille. Il peut toutefois dessiner le format de rectangle de son choix tant que celui-ci respecte l'aire. Par exemple, si l'aire est de 24, il peut dessiner un rectangle 2×12 , 6×4 , 3×8 , etc. Il doit positionner les rectangles le plus efficacement possible pour avoir le plus grand nombre de rectangles sur sa feuille. La partie se termine quand plus personne ne peut mettre de rectangle sur sa feuille. Ensuite, ils calculent le nombre de rectangles par feuille et celui qui en a le plus gagne. Les enfants doivent donc bien choisir le format des rectangles qu'ils dessinent afin d'en mettre le plus possible.

Annexe 19
Retour
Les rénos de Mario

Mario vient d'acheter une vieille maison. Le plancher de la douche est très abîmé et il manque plusieurs céramiques. En te fiant à l'image du plancher ci-dessous, combien de céramiques y avait-il au départ?



Mario veut maintenant arracher les vieilles céramiques pour en poser de nouvelles de forme rectangulaire (2 dm de largeur par 3 dm de longueur).



Sachant que chacune des vieilles céramiques carrées mesuraient 1 dm de côtés :

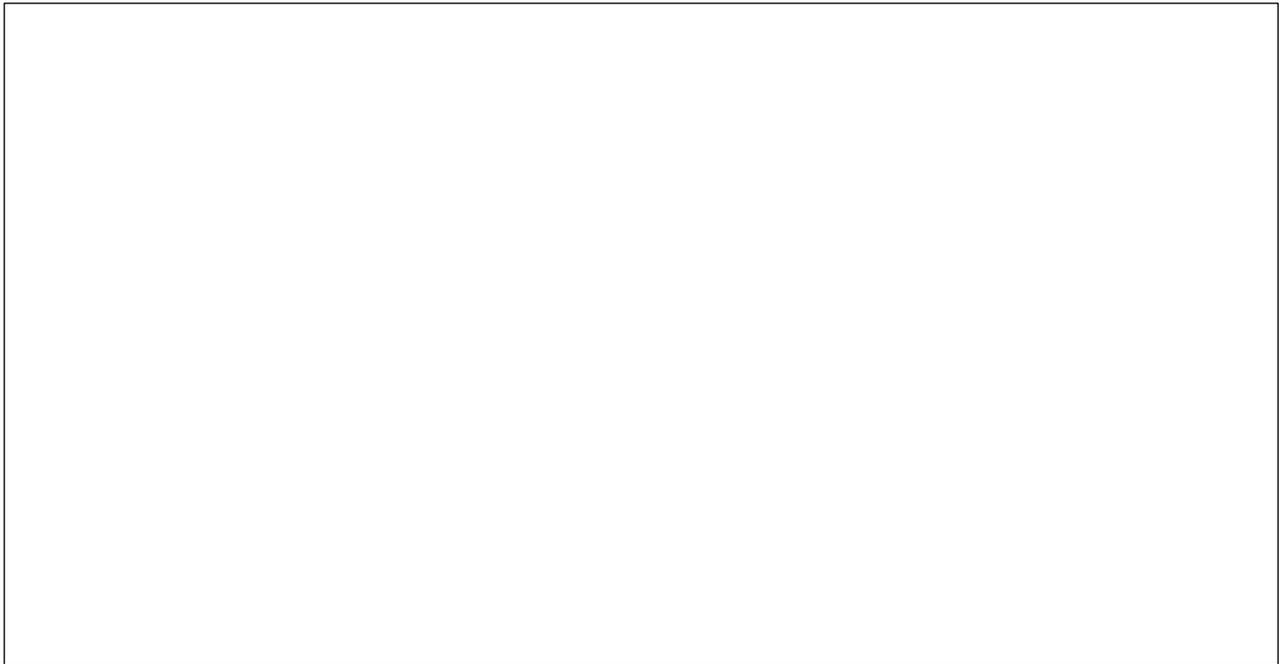
1. Est-ce que l'aire du plancher restera la même? Explique.

2. Combien de céramiques rectangulaires devra-t-il acheter pour recouvrir toute la surface du sol?

3. Pendant les rénovations, ses amies Katherine et Caroline viennent faire un tour chez Mario. Le regardant travailler, Katherine lui dit qu'il aurait besoin de moins de tuiles s'il les plaçait verticalement plutôt qu'horizontalement. Qu'en penses-tu?

4. Caroline prétend qu'il y aurait une autre façon de placer les tuiles. Elle se demande si cela demanderait moins de tuiles. Peux-tu trouver une ou d'autres façons de placer les tuiles? Est-ce qu'il y aura moins de tuiles?

5. Après avoir terminé son travail, Mario songe à refaire le plancher de la douche du sous-sol également puisqu'il lui reste des tuiles. L'aire du sol de cette douche est de 49 dm^2 . Mario se dit donc qu'il aurait besoin de beaucoup moins de tuiles. Caroline est d'accord, mais lui dit que ça lui demanderait beaucoup plus de travail. Peux-tu expliquer?

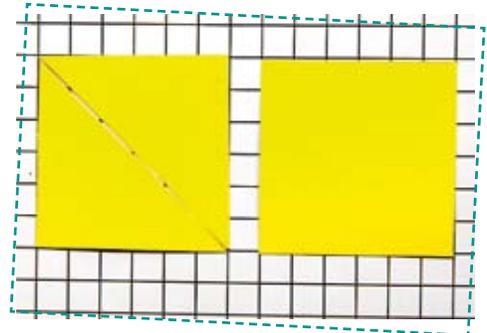


Exemple 1

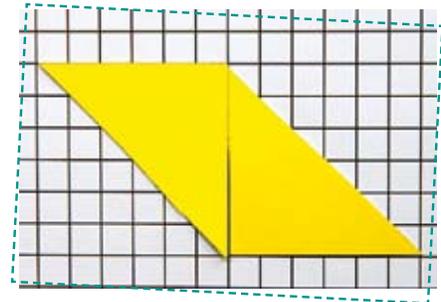
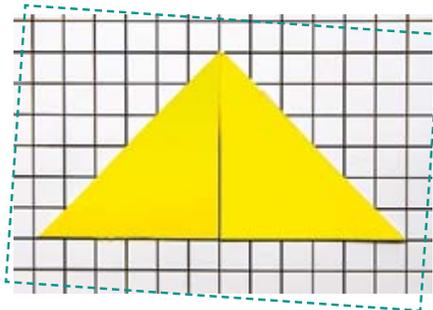
L'enseignant ou l'enseignante demande aux élèves s'il y a, selon eux, une relation entre le périmètre de deux figures planes qui ont la même aire. Un ou une élève dit : « Je pense que si deux figures planes ont la même aire, elles ont aussi le même périmètre. »

L'enseignant ou l'enseignante demande aux autres élèves s'ils pensent que cette conjecture est vraie ou s'ils pensent qu'elle est fausse. Il ou elle groupe ensuite les élèves par deux et leur suggère de vérifier la conjecture. Pour ce faire, il ou elle leur propose la démarche suivante :

- tracer deux carrés identiques;
- déterminer l'aire et le périmètre des carrés;
- tracer une diagonale dans un des deux carrés et le découper de façon à obtenir deux triangles;
- former de nouvelles figures planes avec ces deux triangles et déterminer le périmètre de chacune;
- utiliser les résultats pour déterminer si la conjecture est vraie ou fausse.



Les photos ci-après illustrent deux figures qui pourraient être formées. À l'aide de ces figures, les élèves peuvent constater que même si l'aire de chacune de ces figures est égale à l'aire du carré original, la mesure de leur périmètre est différente. Ils peuvent alors conclure que la conjecture est fausse, c'est-à-dire que si deux figures planes ont la même aire, elles n'ont pas nécessairement le même périmètre.



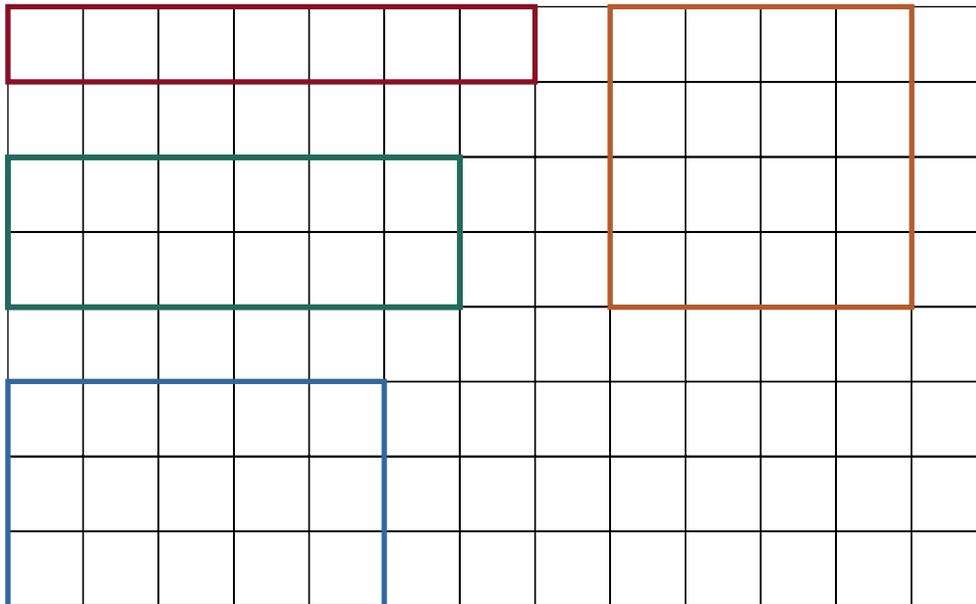
Exemple 2

L'enseignant ou l'enseignante demande aux élèves s'il y a, selon eux, une relation entre l'aire de deux figures planes qui ont le même périmètre. Un ou une élève dit : « Je pense que même si deux figures planes ont le même périmètre, elles n'ont pas nécessairement la même aire. »

L'enseignant ou l'enseignante demande aux autres élèves s'ils pensent que cette conjecture est vraie ou s'ils pensent qu'elle est fausse. Il ou elle groupe ensuite les élèves par deux et leur suggère de vérifier la conjecture. Pour ce faire, il ou elle leur propose la démarche suivante :

- tracer sur du papier quadrillé divers rectangles qui ont un périmètre de 16 cm;
- déterminer l'aire de chacun des rectangles;
- utiliser les résultats pour indiquer si la conjecture est vraie ou fausse.

La figure suivante illustre quelques rectangles qui pourraient être tracés. À l'aide de ces rectangles, les élèves peuvent constater que même si les rectangles ont le même périmètre (16 cm), ils n'ont pas la même aire. Ils sont alors en mesure de conclure que la conjecture est vraie, c'est-à-dire que si deux figures planes ont le même périmètre, elles n'ont pas nécessairement la même aire.



Note : L'enseignant ou l'enseignante peut inciter les élèves à pousser leur réflexion plus loin et à constater que dans le cas de rectangles de même périmètre, celui dont l'aire est la plus grande est le carré. Pour une description détaillée d'une activité qui amène les élèves à faire cette constatation, voir *Le plus grand enclos pour les animaux* dans le *Guide d'enseignement efficace des mathématiques, de la 4^e à la 6^e année, Modélisation et algèbre* (Ministère de l'Éducation de l'Ontario, 2008, p. 104-107).

Annexe 21

Retour

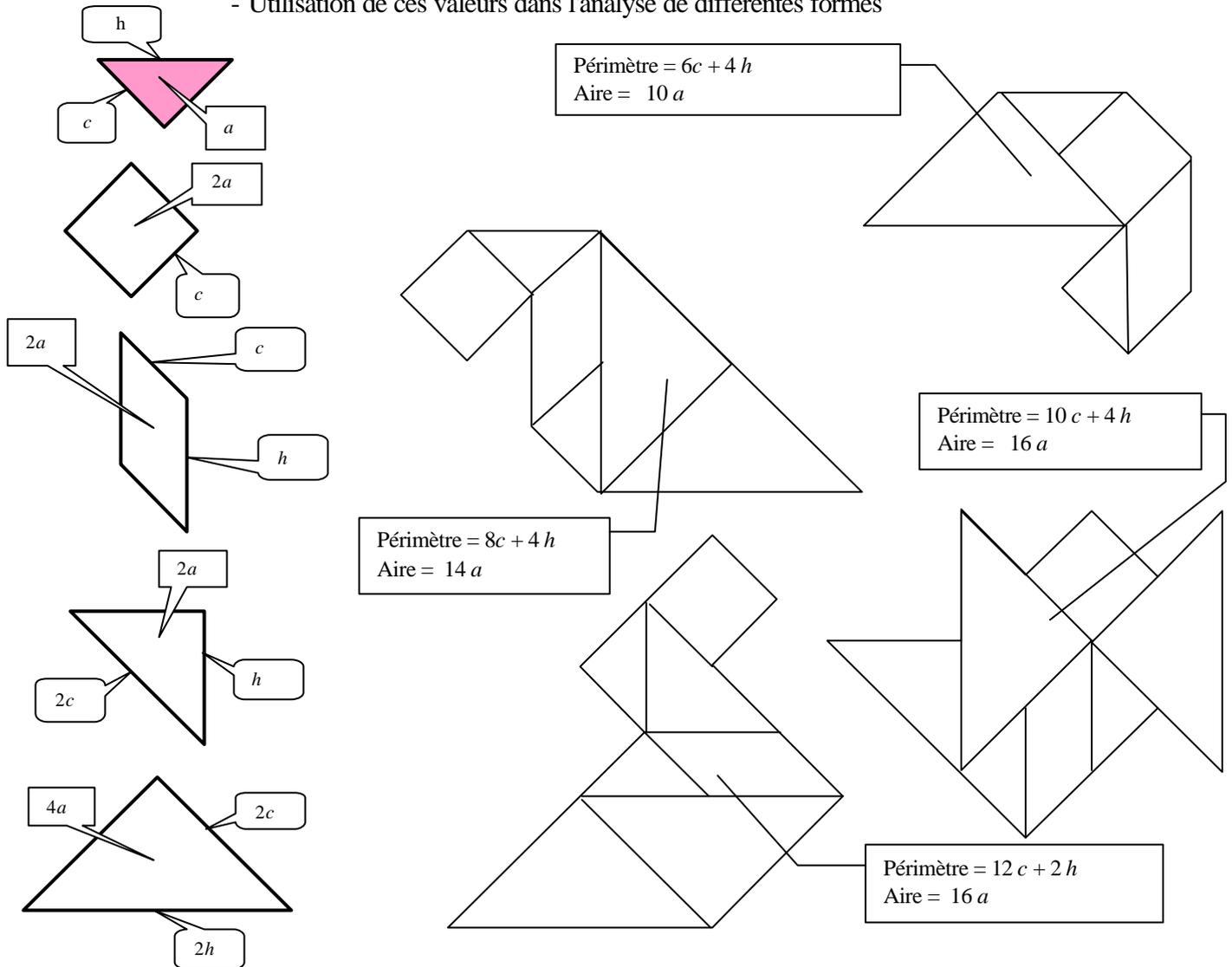
Activités 4 et 5 . Fiche professeur

Travail avec le Tan Gram

Objectif : Approche des notions de mesure d'aires et de périmètres.

Démarche : - Expression des différentes valeurs des pièces constituant un Tan Gram à partir des valeurs du triangle de base en utilisant 2 segments (deux côtés du triangle) comme unités de longueur et ce triangle comme unité d'aire

- Utilisation de ces valeurs dans l'analyse de différentes formes



1) Expression des différentes "valeurs" des pièces du Tan Gram : les deux valeurs c et h sont nécessaires. L'une des difficultés réside dans le fait que c'est la valeur c (côté du triangle de base) qui permet l'expression de certaines hypoténuses et h l'expression de certains côtés de triangles isocèle-rectangle.

Toutes les aires s'expriment à partir de la seule aire a

2) Utilisation de ces valeurs dans l'analyse de différentes formes

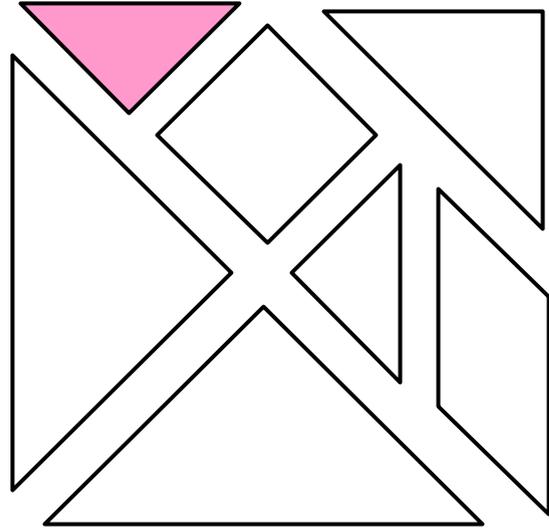
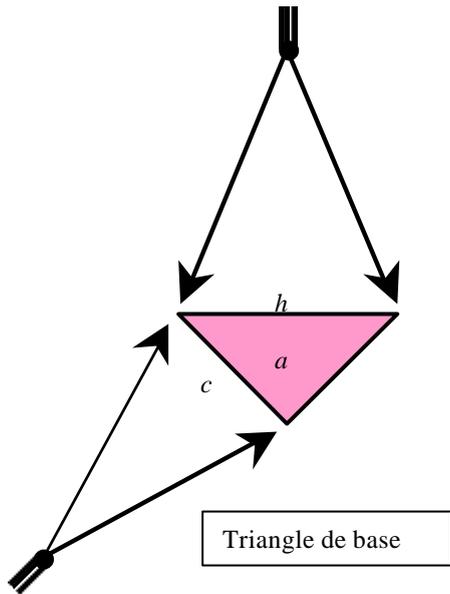
La comparaison des aires ne pose pas de problème (unité unique)

La comparaison des périmètres malgré l'utilisation de deux grandeurs de référence ne pose pas de problème important pour les trois première figures (une valeur commune). Pour la comparaison des périmètres des deux dernières formes le cas est un peu plus délicat mais il suffit de remarquer que c étant inférieur à h on peut faire apparaître :

$$\begin{array}{ccc}
 12c + 2h & ? & 10c + 4h \\
 \underline{10c + 2h} + 2c & & \underline{10c + 2h} + 2h \\
 \uparrow & \text{Valeur commune} & \uparrow \\
 c < h \quad \text{donc} & & \\
 \underline{10c + 2h} + 2c & < & \underline{10c + 2h} + 2h \\
 \uparrow & \text{Valeur commune} & \uparrow
 \end{array}$$

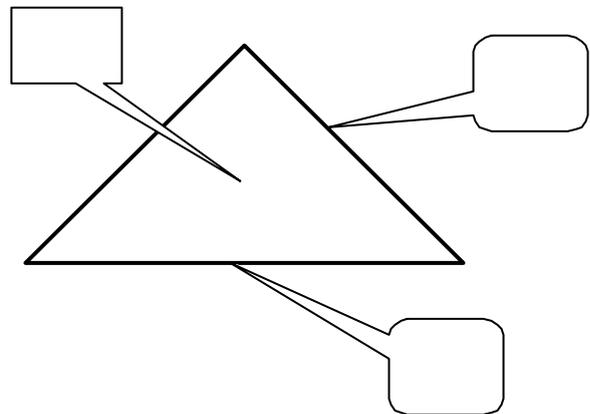
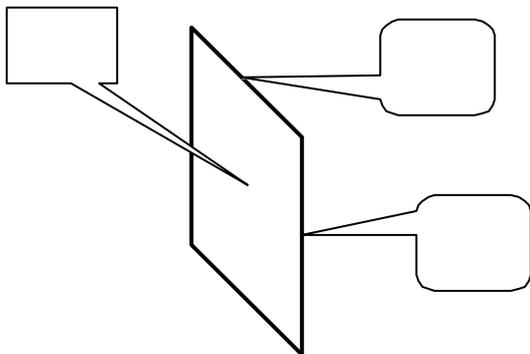
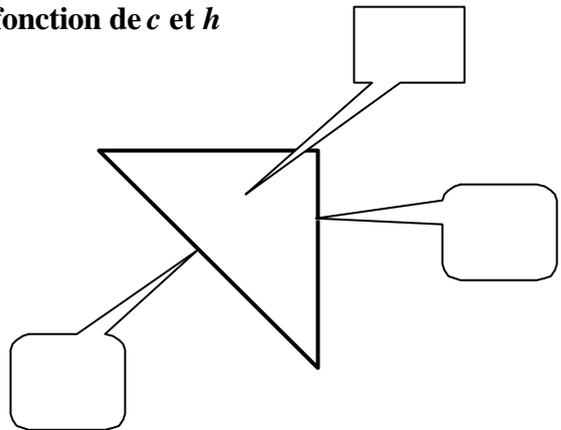
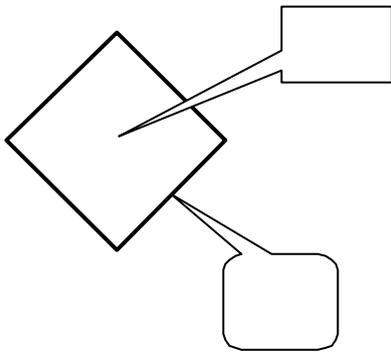
On trouvera dans la fiche Activité N° 6 des situations plus complexes permettant de souligner l'importance d'avoir une unité unique.

Tan Gram Analyse des pièces



Pour chacune des autres pièces exprimer

- La longueur de chacun de ses côtés en fonction de c et h
- Son aire en fonction de a

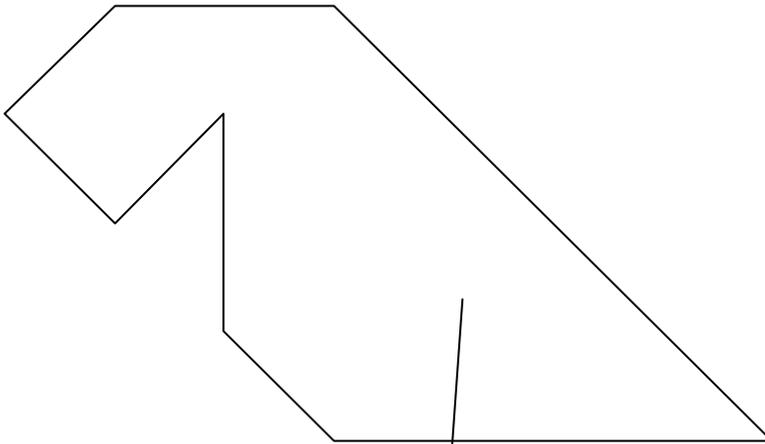
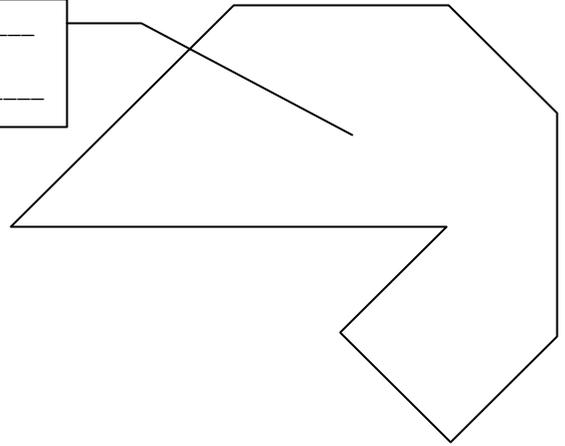


Pour chacune des surfaces suivantes :

- faire apparaître les pièces du Tan gram utilisées,
puis exprimer

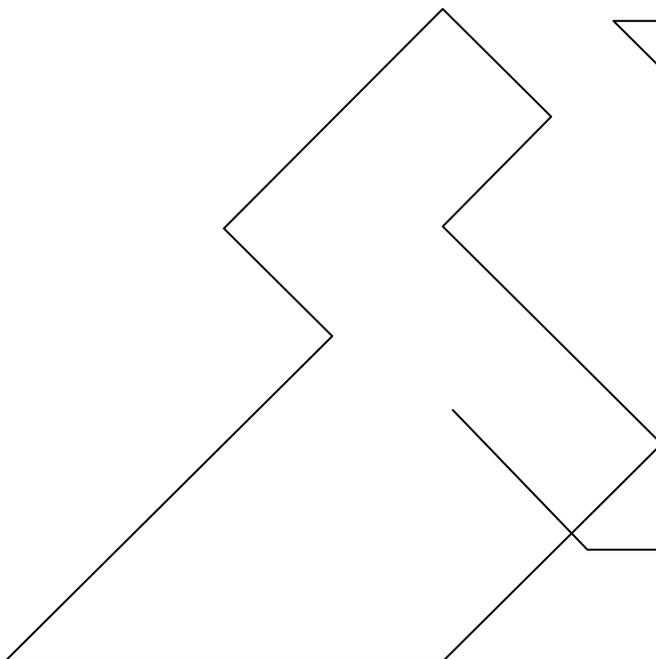
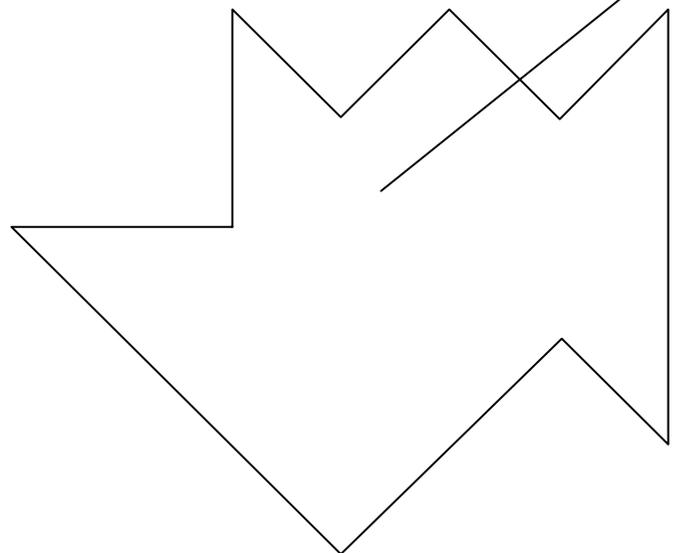
- son périmètre en fonction de c et h
- son aire en fonction de a

Périmètre = _____
Aire = _____



Périmètre = _____
Aire = _____

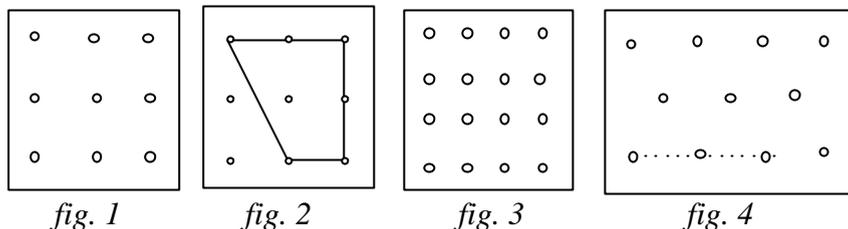
Périmètre = _____
Aire = _____



Périmètre = _____
Aire = _____

Planche à clous

Le matériel est constitué d'une planchette sur laquelle sont plantés des clous ou des chevilles régulièrement disposés sur lesquels on tend quelques élastiques. On constitue avec ceux-ci des contours polygonaux.



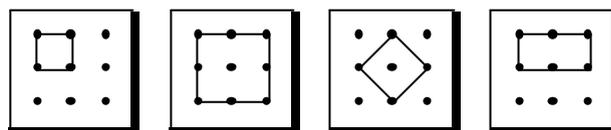
On peut envisager des planchettes à 9 clous (fig. 1 et 2), ou davantage (fig.3), ou des dispositions en quinconce (fig.4). On emploie en même temps des feuilles de papier "pointé", sur lesquelles des points reproduisent (à la même échelle) la disposition des clous de la planche.(ces documents papiers sont fournis en Annexes de cette fiche)

Objectif : L'approche de la notion d'aire, la comparaison d'aires, voire leur évaluation peuvent être abordées sans formule ni instrument de mesure. C'est une démarche de preuve géométrique et non pas algébrique (résultant d'un calcul). Cette voie, moins habituelle, est plus accessible car s'appuyant sur des manipulations et de ce fait plus propre à (re)fonder la compréhension des notions.

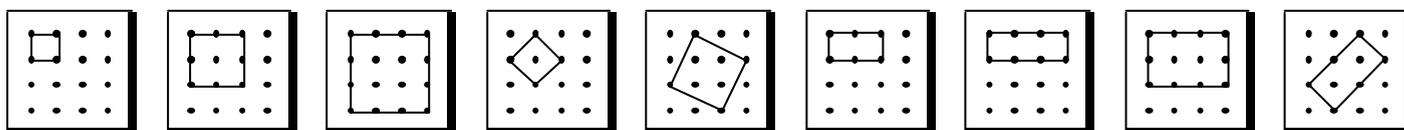
I) Catalogue de contours.

- **Fiche 7a** : Répertorier sur une feuille de papier pointé tous les carrés et les rectangles que l'on peut obtenir sur une planche à 9 clous, puis sur une planche à 16 clous. L'opération de comparaison est la superposition (après découpage si nécessaire). On ne retient que les figures non superposables entre elles (par déplacement ou retournement).

Solutions sur une planche à 9 clous →

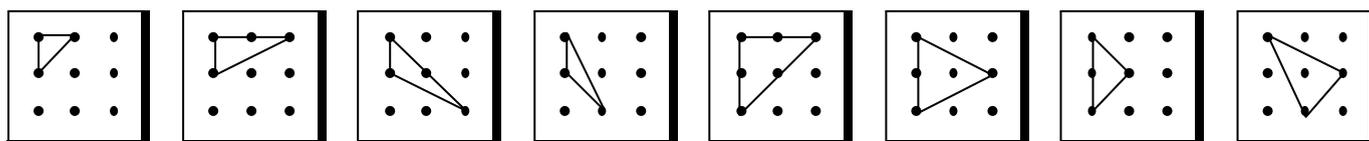


Solutions sur une planche à 16 clous



- **Fiche 7b** : Répertorier ensuite tous les triangles (Planche à 9 clous).

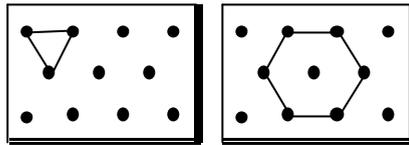
Combien obtient-on de triangles différents ?



Peut-on obtenir des triangles équilatéraux ? des hexagones réguliers ?

Trouver plusieurs critères permettant de classer ces triangles. (côtés égaux, angle droit, même périmètre, même aire etc). Après les avoir désignés par des lettres (A, B, C,...), représenter, dans un tableau, le classement obtenu.

Quels polygones réguliers peut-on obtenir sur la planche de la figure 4 ?



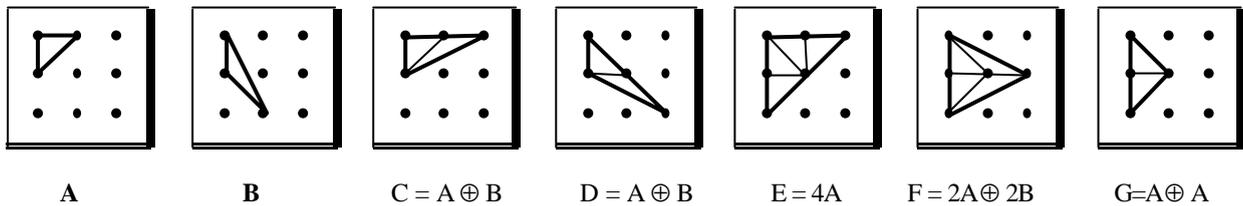
II) Approche de la notion d'aire.

- **Fiche 7c** : Montrer que tous les triangles obtenus peuvent être construits à partir d'assemblages de seulement deux triangles non superposables. Lesquels ? Dans la suite, ils seront appelés triangles de base A et B (A étant le triangle rectangle).

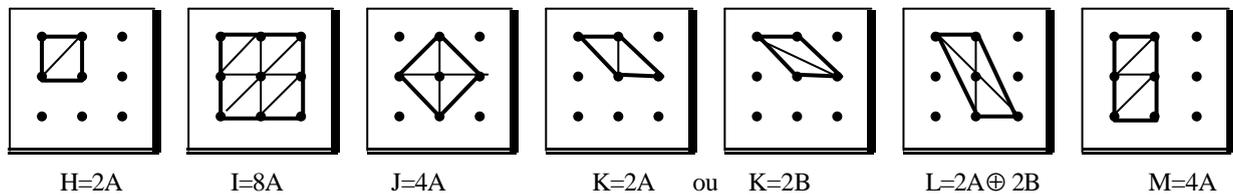
Exprimer la décomposition de tous les triangles en fonction de A et B. On utilise la notation \oplus pour exprimer les décompositions sur les deux triangles de base.

Exemple : G se décomposant en deux triangles A, on écrit $G = A \oplus A$

D se décomposant en A et B on écrit $D = A \oplus B$ etc.



Donner également les décompositions des carrés et des parallélogrammes que l'on peut obtenir sur la planche à 9 clous.



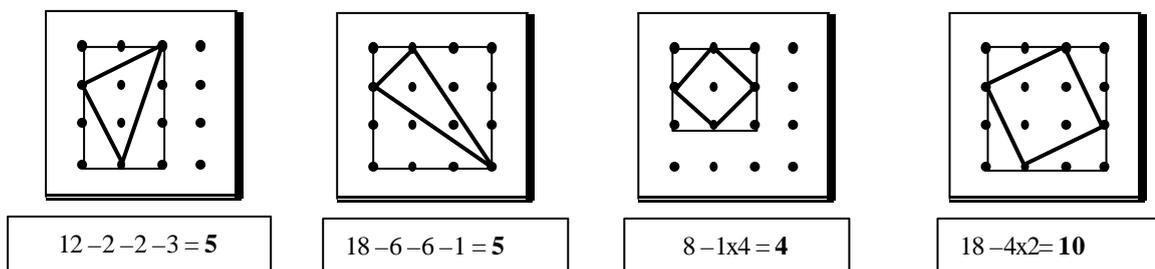
Déduire de ce qui précède que A et B ont même aire. les deux décompositions de K montrent directement que $2A = 2B$ donc que A et B ont la même aire.

La mesure de l'aire est le nombre d'unités contenues dans une surface.

ATTENTION : Ici, on prend A ou B comme unité d'aire ce qui permet de ne travailler qu'avec des nombres entiers dans les fiches suivantes.

Déduire de ce qui précède les mesures des aires de tous les triangles, carrés, parallélogrammes précédents.

- **Fiche 7d** : Sur une planche à 16 clous, déterminer la mesure de l'aire du triangle indiqué. Déterminer un autre triangle de même aire, un carré dont l'aire est 4; et sur une planche à 25 clous, un carré dont l'aire est 10.



III) Formule de Pick¹.

- **Fiche 7e** : Pour chaque polygone on appelle N le nombre de clous situés sur le pourtour et P le nombre de clous situés à l'intérieur (ainsi pour A : N=3 et P=0). Reporter dans le tableau qui suit les noms des figures étudiées jusqu'ici dans la case qui leur convient, ainsi que la mesure S de leur aire.

| | | P=0 | | | | | P=1 | | | | | | |
|------|-----|-----------|-----|--|-----|-----|-----|-----|-------|-----|-----|-----|-----|
| | | N=3 | N=4 | | N=5 | N=6 | N=7 | N=3 | N=4 | N=5 | N=6 | N=7 | N=8 |
| Nom | A B | C D G H K | | | | E M | | | F J L | | | | I |
| Aire | 1 | 2 | | | 4 | | | 4 | | | | | 8 |

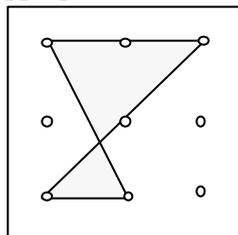
Que remarque-t-on concernant les surfaces se trouvant dans une même case ?

Réponse : Elles ont la même aire. Les valeurs de N et de P semblent déterminer l'aire de la surface .

Vérifier sur quelques polygones que S, N, P sont liés par la relation :

$$S = N - 2 + 2P$$

- On appelle “quadrilatère croisé” la figure représentée ci-contre. Montrer que la relation obtenue précédemment ne peut lui être appliquée.



¹ 1899

Annexes

Planche à mailles carrés

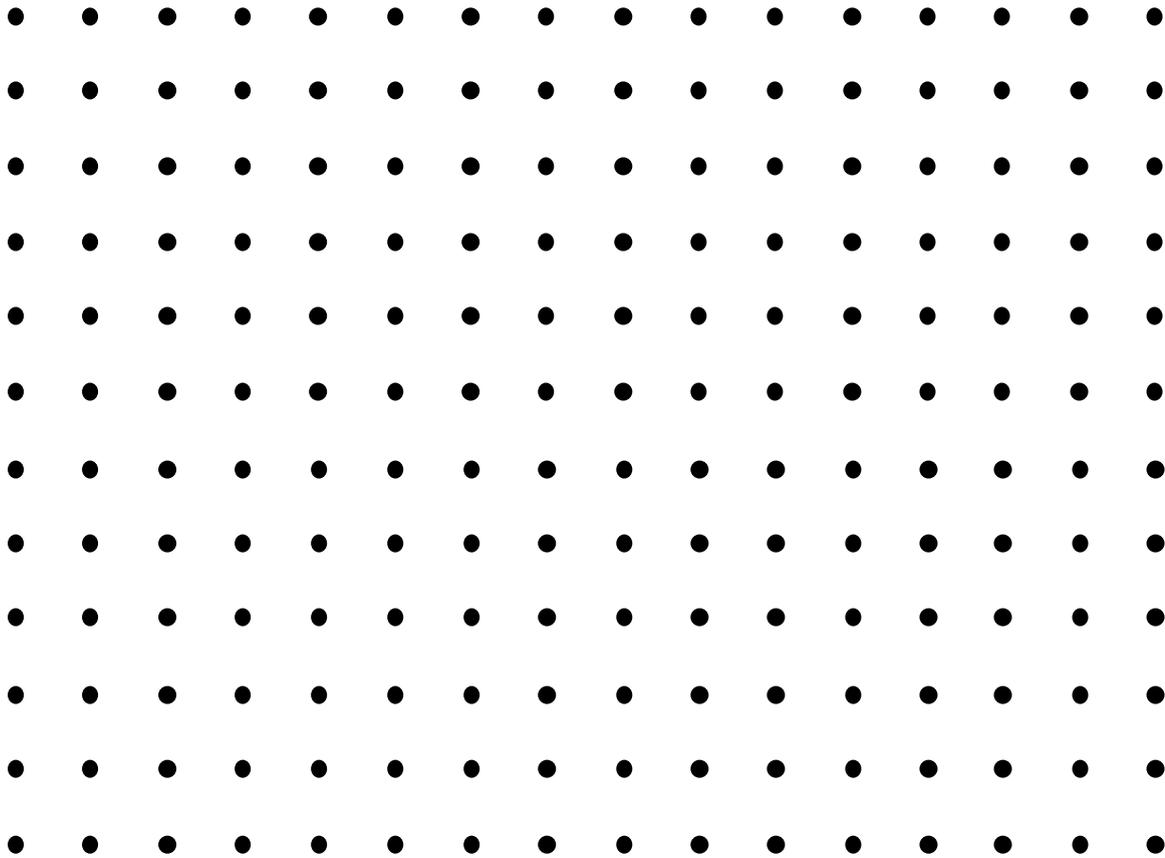
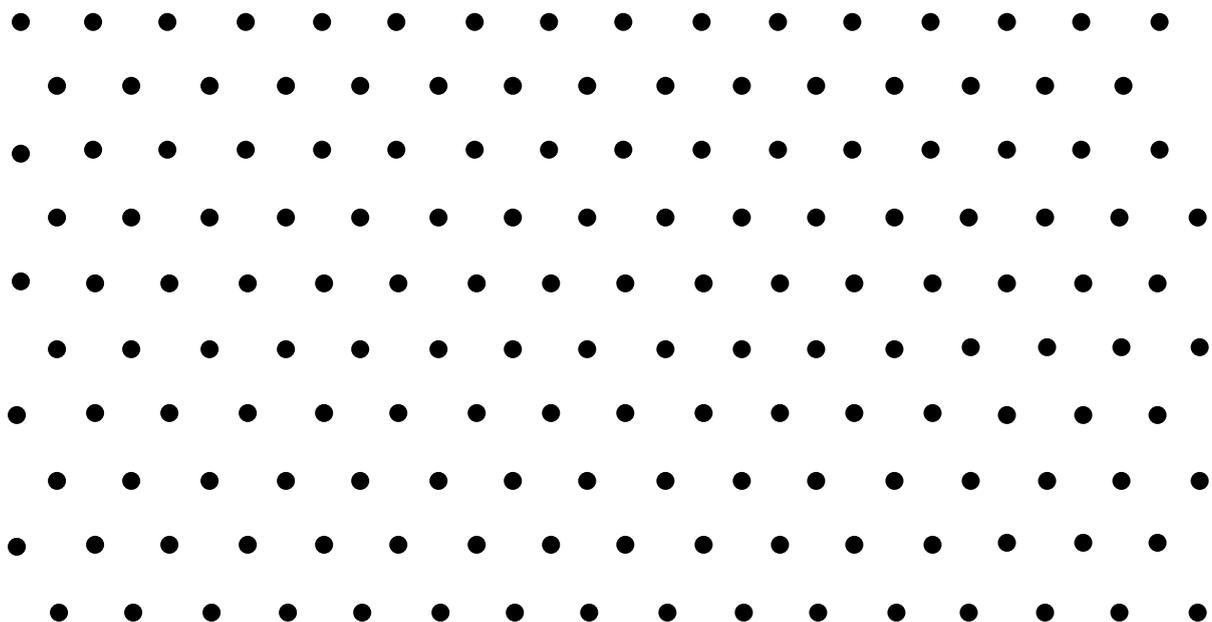
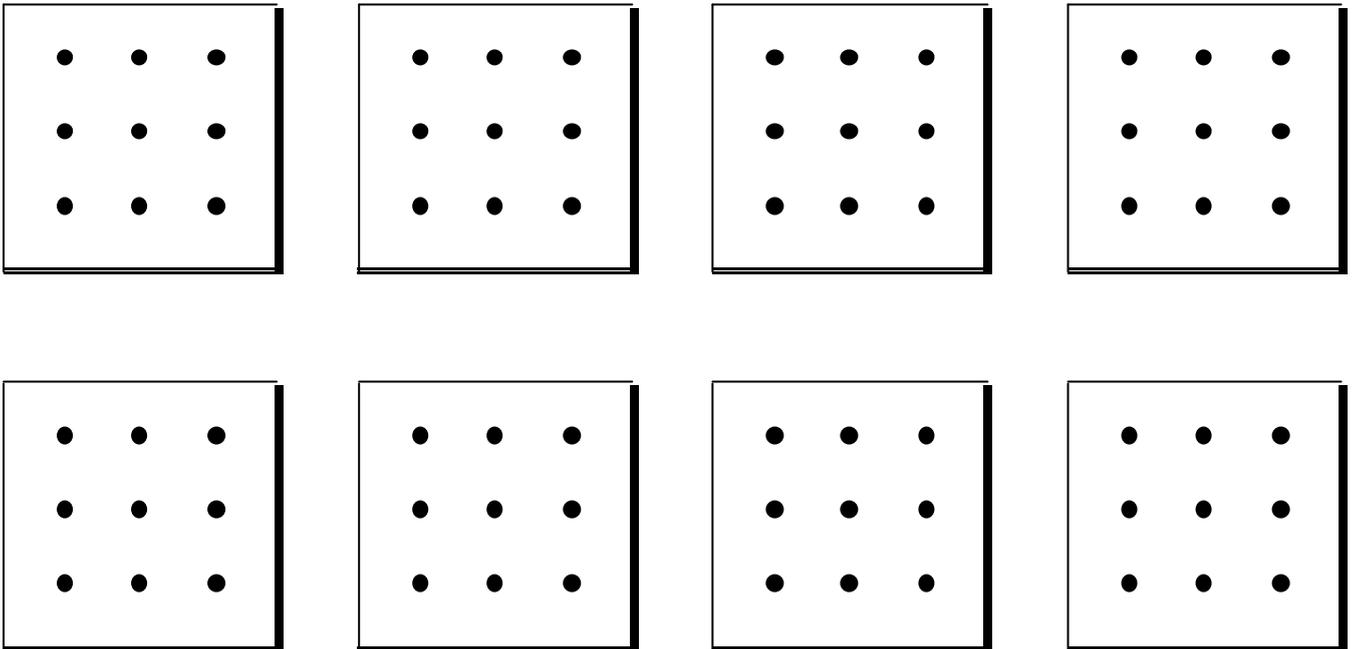


Planche à mailles triangulaires (Triangles équilatéraux)

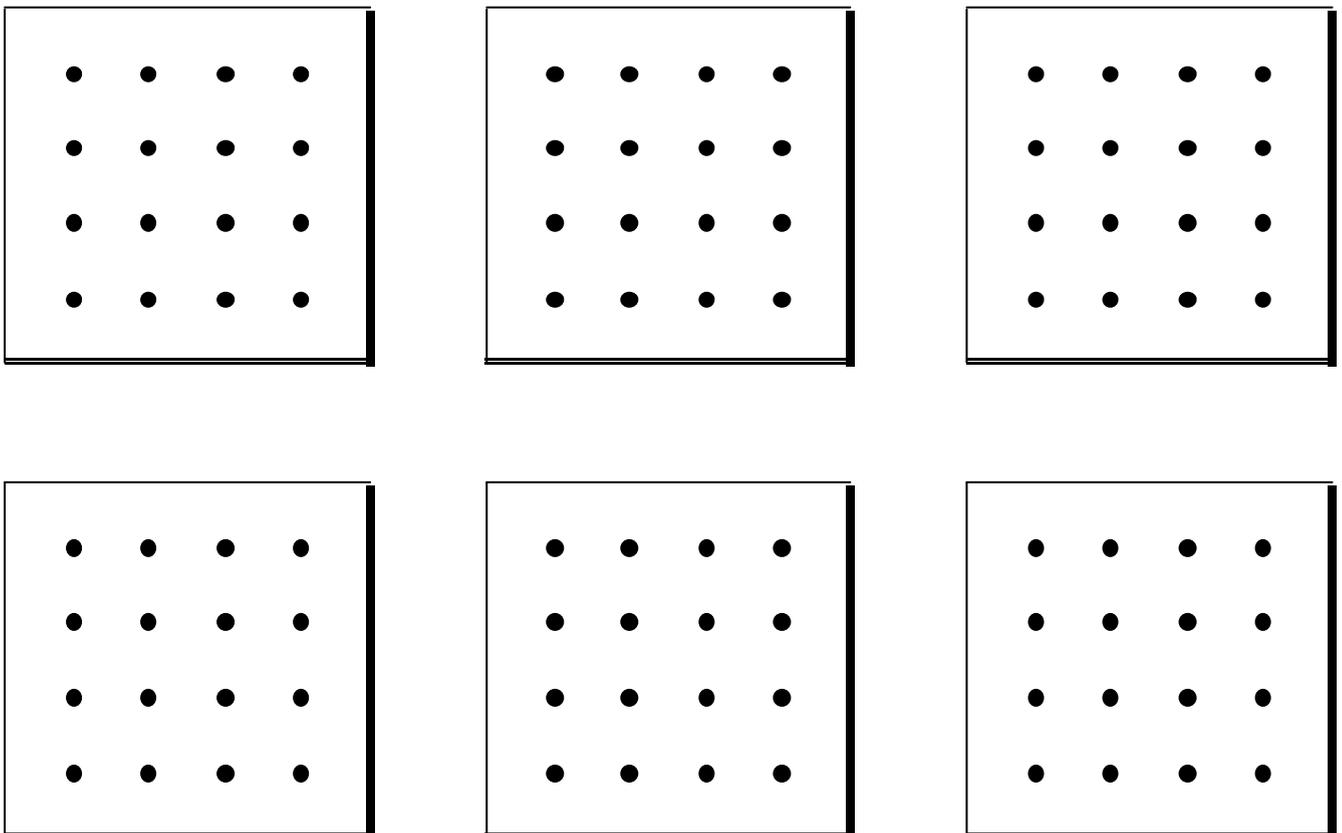


Annexes

Planchettes à 9 clous

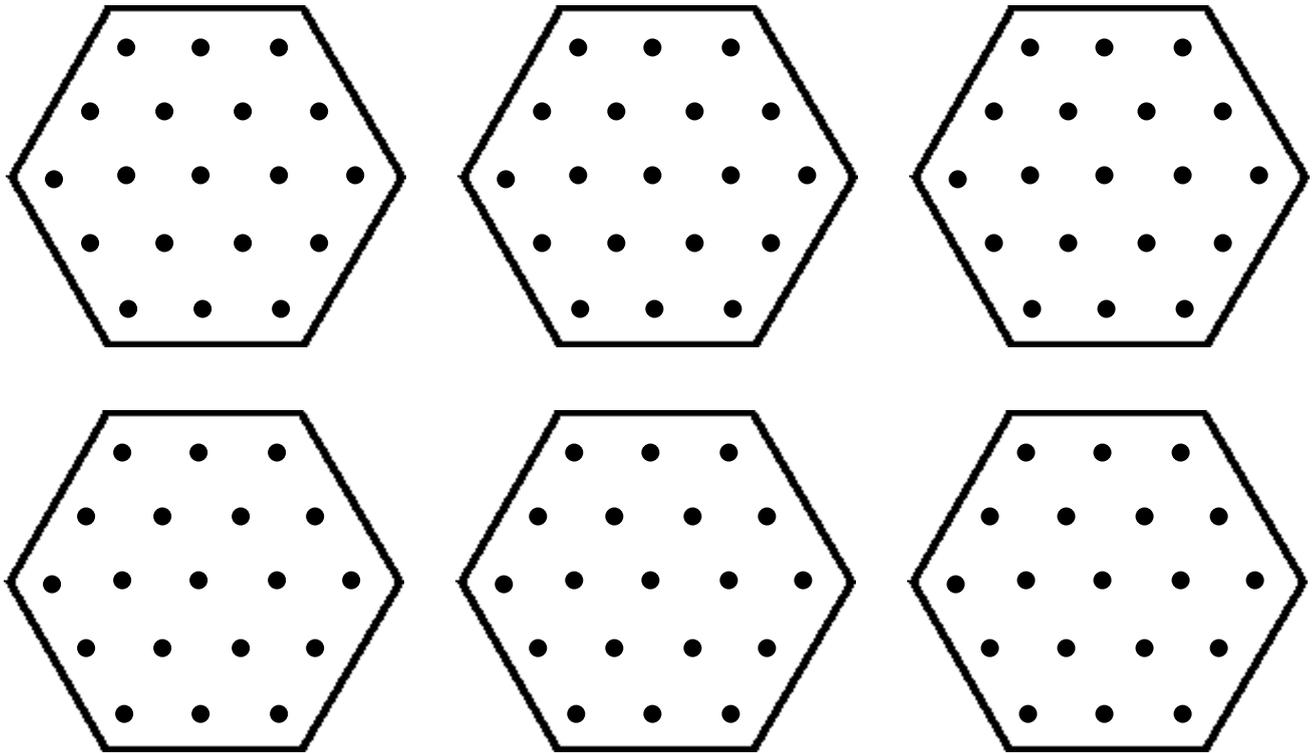


Planchettes à 16 clous

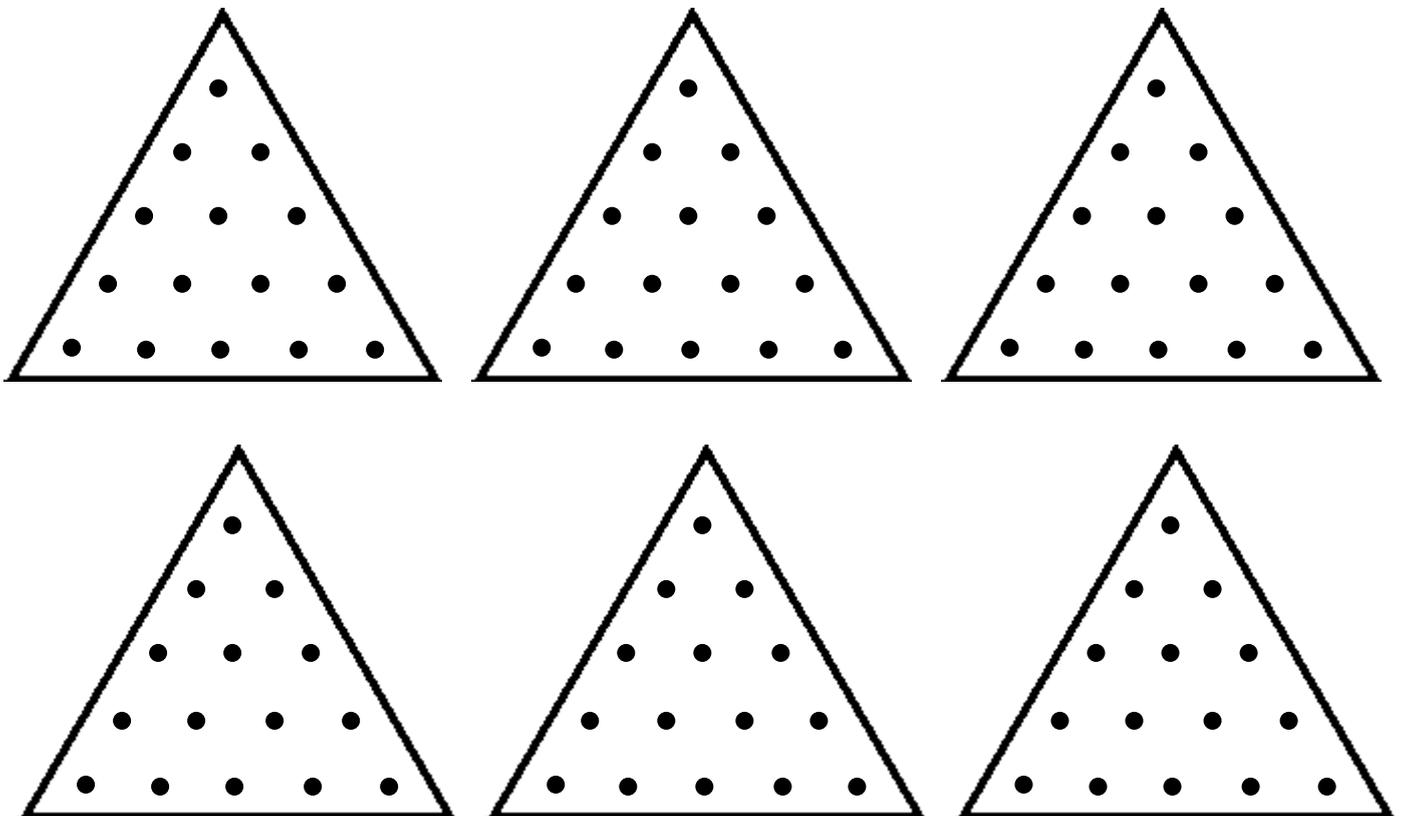


Annexes

Mailles Triangles équilatéraux (Planche hexagonale)

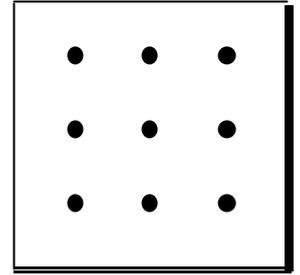
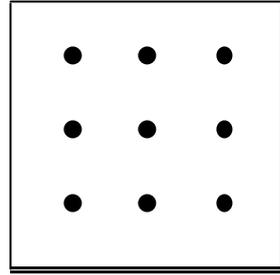
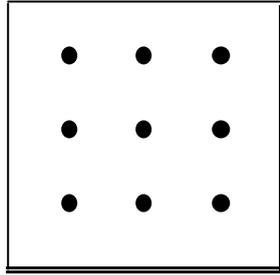
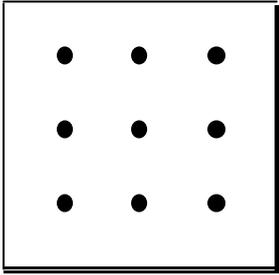


Mailles Triangles équilatéraux (Planche triangulaire)



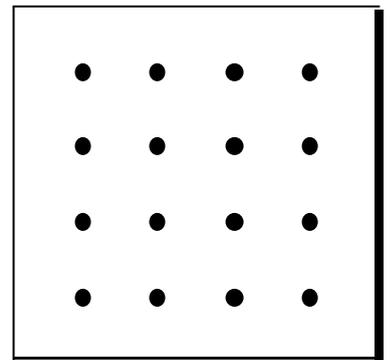
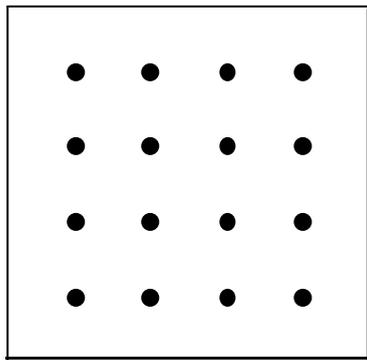
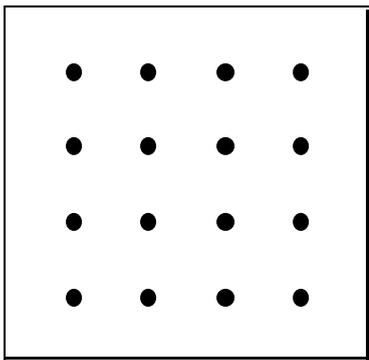
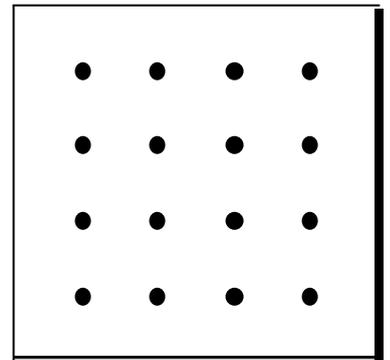
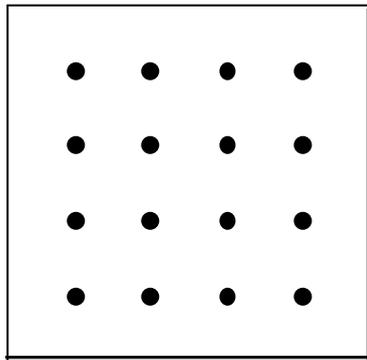
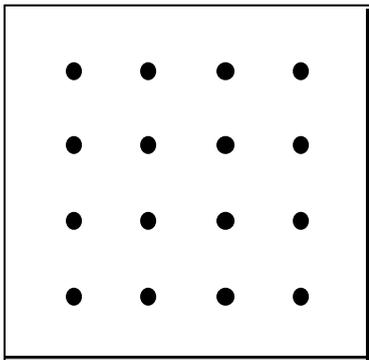
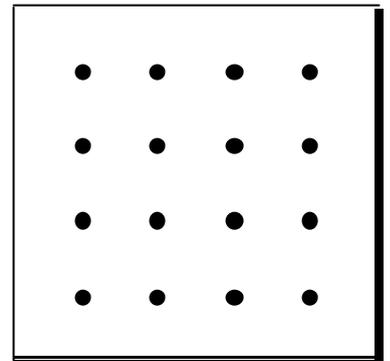
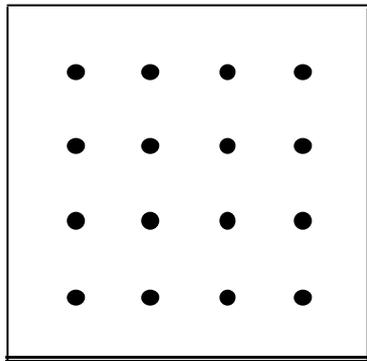
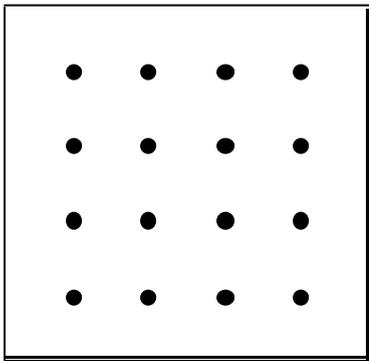
Planchettes à 9 clous

- Inventaire des carrés et des rectangles



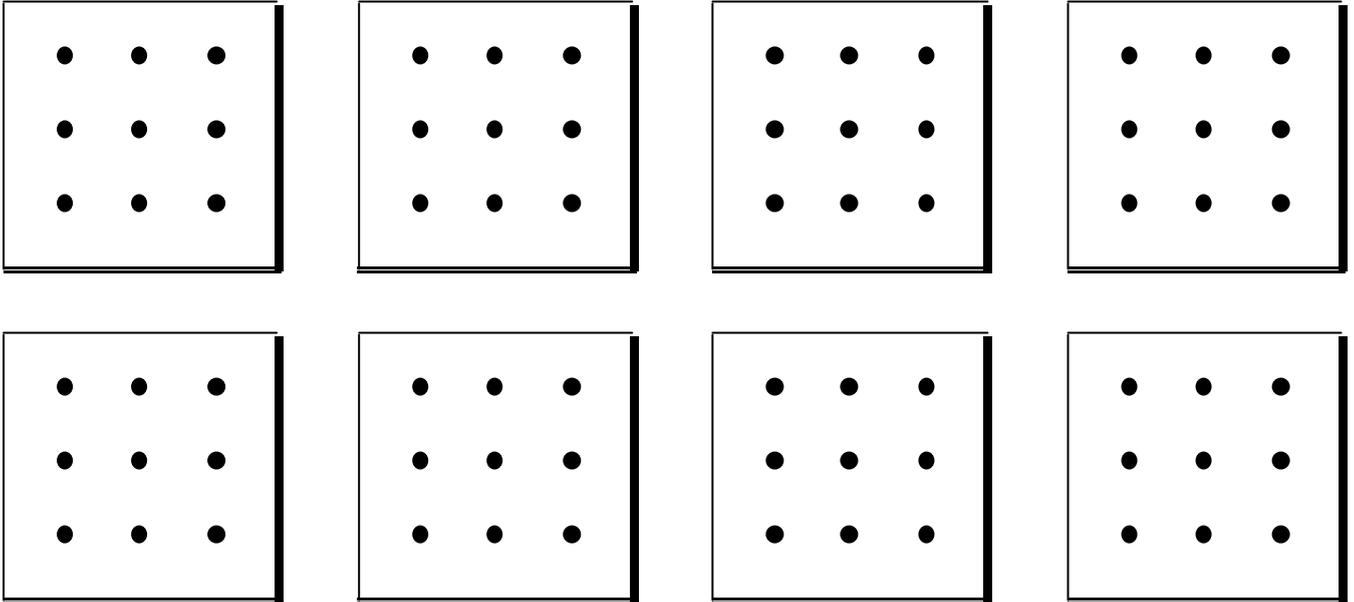
Planchettes à 16 clous

- Inventaire des carrés et des rectangles



Planchettes à 9 clous

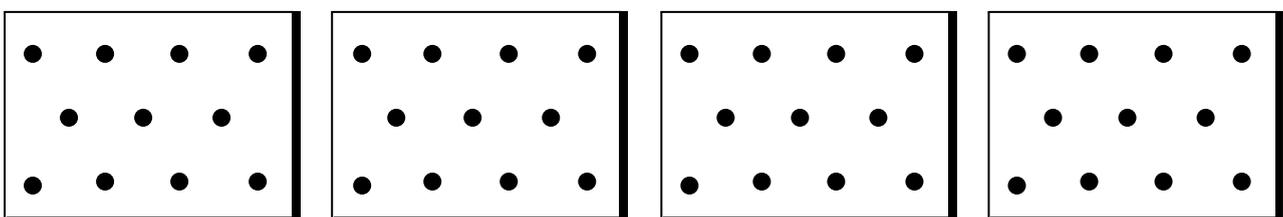
- Inventaire des triangles



- Peux-t-on obtenir un triangle équilatéral ? un hexagone régulier ?

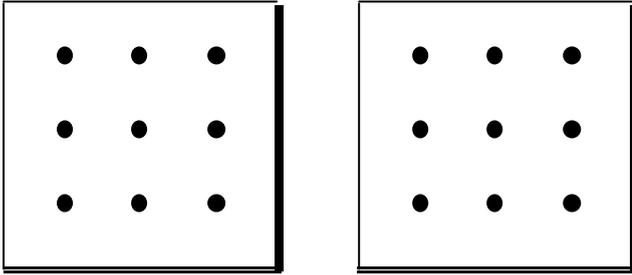
- Critères de classement :

- Recherche des polygones réguliers sur la planchettes de 11 clous à mailles triangulaires

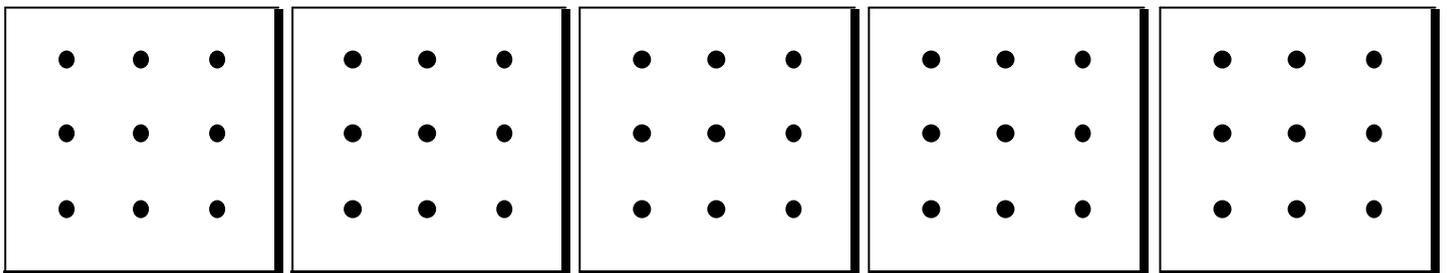


Planchettes à 9 clous

- Repérage des 2 triangles de bases A et B

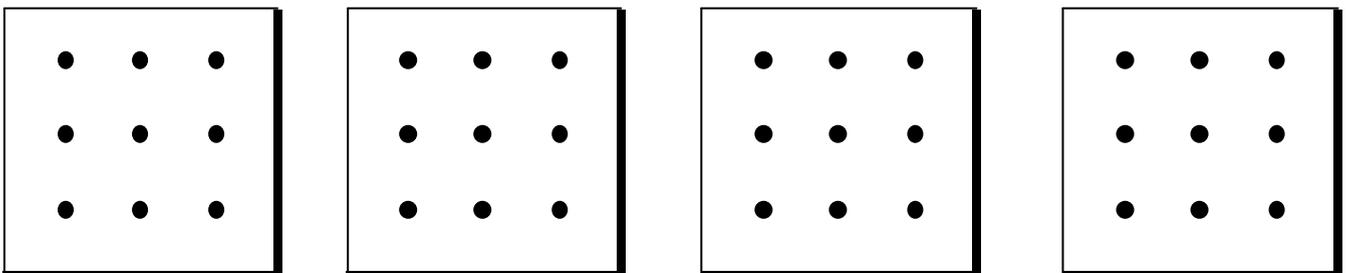


- Expression des autres triangles à partir de A et B

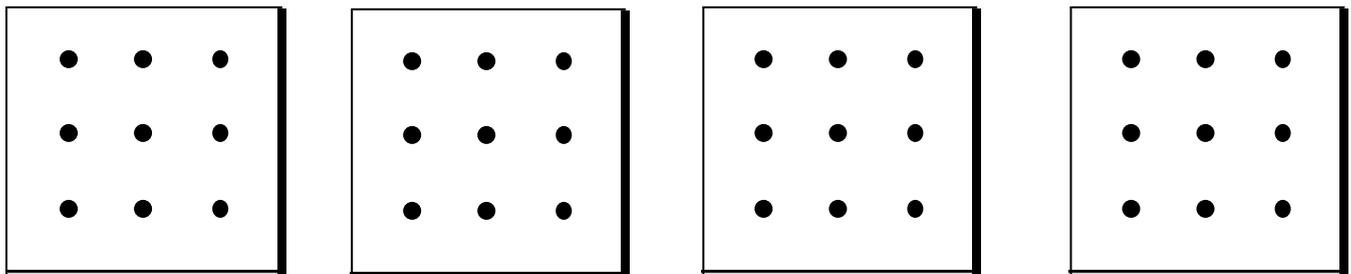


| | | | | |
|--|--|--|--|--|
| | | | | |
|--|--|--|--|--|

- Recherche et Expression des carrés et des parallélogrammes.



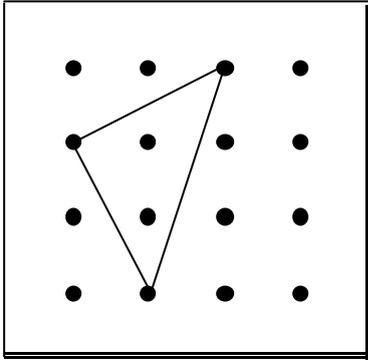
| | | | |
|--|--|--|--|
| | | | |
|--|--|--|--|



| | | | |
|--|--|--|--|
| | | | |
|--|--|--|--|

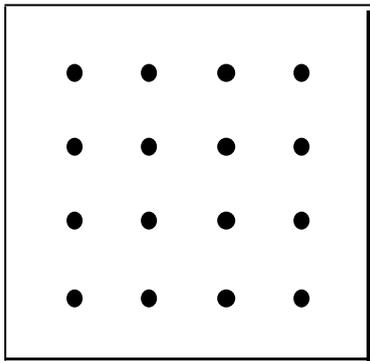
Planchettes à 16 clous

- Déterminer la mesure de l'aire du triangle ci-dessous.

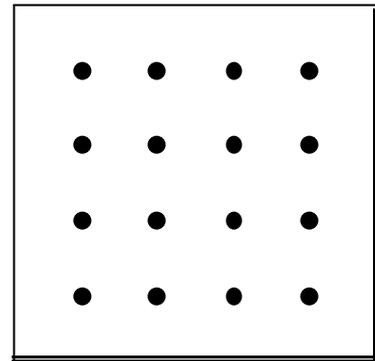


Aire du triangle : _____

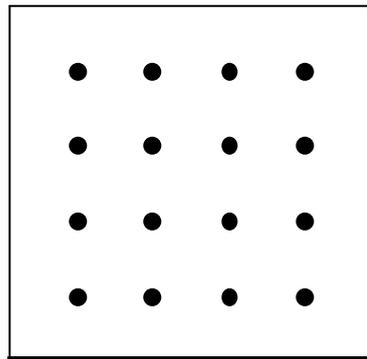
- Déterminer sur une planchette à 16 clous:
 - un autre triangle de même aire



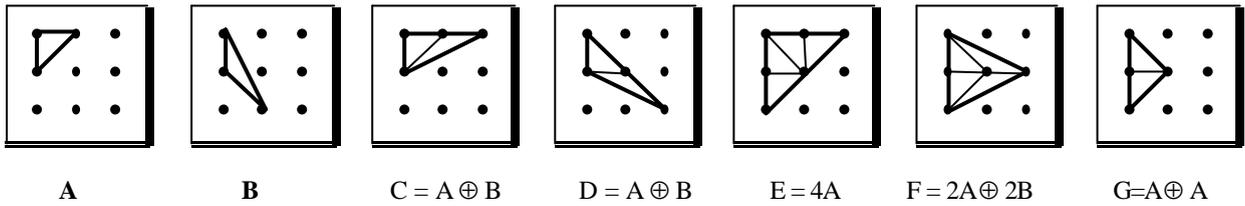
un carré dont l'aire est 4



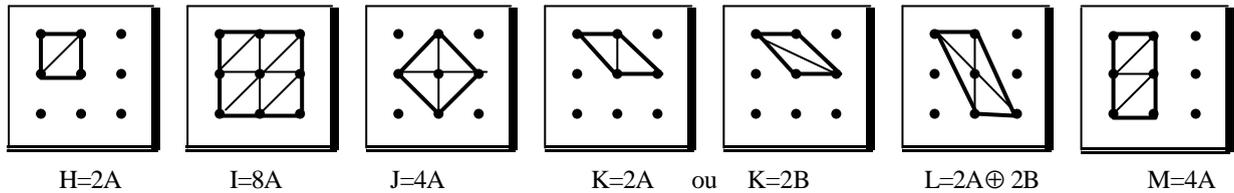
- un carré dont l'aire est 10.



Les différents triangles



Les différents carrés, rectangles et parallélogrammes



Pour chaque polygone on appelle N le nombre de clous situés sur le pourtour et P le nombre de clous situés à l'intérieur (ainsi pour A : N=3 et P=0).

Reporter dans le tableau qui suit les noms des figures étudiées jusqu'ici dans la case qui leur convient, ainsi que la mesure S de leur aire.

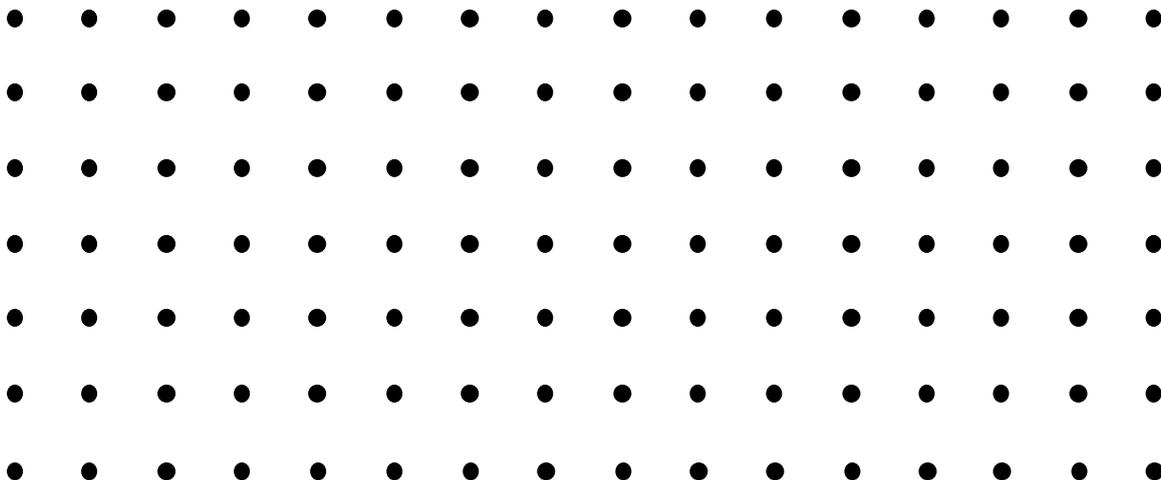
| | P=0 | | | | | P=1 | | | | | |
|------|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|
| | N=3 | N=4 | N=5 | N=6 | N=7 | N=3 | N=4 | N=5 | N=6 | N=7 | N=8 |
| Nom | | | | | | | | | | | |
| Aire | | | | | | | | | | | |

Que remarque-t-on concernant les figures se trouvant dans une même case ?

Réponse : _____

Etablir une relation liant N, P, S.

Vérifier cette formule sur quelques polygones convexes.

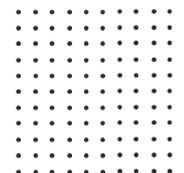


Activités : 4^e année

Aire

Exploration de l'aire à l'aide d'un géoplan 11 sur 11

- L'enseignante ou l'enseignant remet un géoplan et des bandes élastiques à chaque élève.
- Elle ou il demande aux élèves de construire :
 - une figure qui a une aire de 19 unités carrées;
 - un triangle qui a une aire de 8 unités carrées;
 - deux figures ayant la même aire et des périmètres différents;
 - deux parallélogrammes différents qui ont la même aire.
- Un échange mathématique avec justification est nécessaire à la suite de cette activité. Il permet aux élèves de découvrir des stratégies différentes des leurs.



Activités de généralisation pour l'aire

L'aire du rectangle et du carré

But

Cette activité permet de développer la formule pour calculer l'aire de la surface du rectangle et celle du carré.

Matériel

- Rectangles de carton de dimensions différentes (voir Annexe 1).
- Grille quadrillée métrique photocopiée sur un transparent (voir Annexe 4).
- Papier quadrillé et crayon.
- Règles graduées en centimètres.
- Petits cubes du matériel de base 10 ou réglettes Cuisenaire® blanches.

Démarche

1. Placer les élèves en équipes de 2.
2. Remettre deux rectangles en carton différents par équipe
3. Demander aux élèves de mesurer l'aire de la surface du rectangle avec la stratégie et le matériel de leur choix.
4. Demander à certaines équipes de partager la stratégie utilisée pour déterminer la mesure de l'aire de la surface du rectangle.
5. Mettre un accent particulier sur l'unité de mesure utilisée pour mesurer l'aire de la surface du rectangle.
6. Poser les questions suivantes :
 - a. Combien de carrés (de cubes) sont sur la longueur de ton rectangle?
 - b. Combien de carrés (de cubes) sont sur la largeur de ton rectangle?
 - c. Quelles sont les dimensions de ton rectangle?
 - d. Quelle unité de mesure as-tu utilisée pour mesurer l'aire de la surface de ton rectangle?
 - e. Combien d'unités de mesure recouvrent entièrement la surface de ton rectangle?
 - f. Quelle est l'aire de sa surface?
 - g. Quelle est la relation entre la quantité d'unités de mesure sur la longueur et sur la largeur de ton rectangle et la mesure de l'aire de sa surface?
 - h. Comment écrirais-tu le calcul de l'aire de la surface de ton rectangle?

Note importante : À ce moment précis, mettre un accent très particulier sur la façon de calculer l'aire de la surface d'un rectangle par itération de l'unité de mesure, soit :
La quantité d'unités de mesure sur la longueur multipliée par la quantité d'unités de mesure sur la largeur, multipliées par l'unité de mesure choisie. Par exemple :

3 unités de longueur X 2 unités de largeur X l'unité de mesure utilisée (1 cm²) ou
 3 X 2 X 1 cm² ou 6 cm².

7. Sans montrer de rectangle aux élèves, poser les questions suivantes :
- Comment calcule-t-on l'aire de la surface d'un rectangle de 7 cm sur 11 cm?
 - Quelle est la mesure de l'aire de la surface d'un rectangle de 7 cm sur 11 cm?
 - Quelle est la mesure de l'aire de la surface d'un rectangle de ... cm sur ... cm?
 - Complète la phrase suivante pour un rectangle de ... cm sur ... cm.

Pour calculer l'aire de la surface d'un rectangle, on fait :

8. Demander aux élèves de tracer un carré sur le papier quadrillé (aux dimensions de leur choix).
9. Poser les mêmes questions qu'au numéro 6.

Pour calculer l'aire de la surface d'un carré, on fait : _____

Concepts que l'élève doit comprendre au terme de cette activité

- l'aire du rectangle $A = b \times h$
- l'aire du carré $A = b \times h$ OU $A = c \times c$ OU $A = c^2$

L'aire du parallélogramme

But

Cette activité permet de développer la formule pour calculer l'aire de la surface du parallélogramme.

Matériel

- Parallélogrammes de carton de dimensions différentes (voir Annexe 2).
- Grille quadrillée métrique photocopiée sur un transparent (voir Annexe 4).
- Règles graduées en centimètres.
- Ciseaux et ruban gommé.
- Petits cubes du matériel de base 10 ou réglettes Cuisenaire[®] blanches.

Démarche

1. Placer les élèves en équipes de 2.
2. Remettre deux parallélogrammes en carton différents à chaque équipe.
3. Demander aux élèves d'utiliser le matériel à leur disposition pour trouver l'aire de la surface du parallélogramme qu'ils ont entre les mains.
4. Circuler pour voir les différentes stratégies utilisées.
5. Demander à quelques équipes de présenter leur stratégie au reste de la classe :
 - a. la grille quadrillée;
 - b. le découpage pour former un rectangle.
6. Poser des questions comme :
 - a. Quelle est l'unité de mesure que vous avez utilisée pour mesurer l'aire de la surface du parallélogramme?
 - b. Combien d'unités de mesure recouvrent entièrement votre parallélogramme?
 - c. Combien de carrés (cubes) entrent sur la base du parallélogramme?
 - d. Combien de carrés (cubes) entrent sur la hauteur du parallélogramme?
 - e. Quelles sont les dimensions de votre parallélogramme?
 - f. Quelle est la relation entre les dimensions de votre parallélogramme et l'aire de sa surface?

- g. Comment écririez-vous le calcul de l'aire de la surface de votre parallélogramme?

Note importante : À ce moment précis, mettre un accent très particulier sur la façon de calculer l'aire de la surface d'un parallélogramme qui peut facilement être transformé par découpage, en un rectangle de mêmes dimensions. Ce calcul se fait alors par itération de l'unité de mesure, soit :

La quantité d'unités de mesure sur la base multipliée par la quantité d'unités de mesure sur la hauteur, multipliées par l'unité de mesure choisie. Par exemple :

3 unités sur la base X 2 unités sur la hauteur X l'unité de mesure utilisée (1 cm²) ou
3 X 2 X 1 cm² ou 6 cm².

- h. Comment calcule-t-on l'aire de la surface d'un parallélogramme ayant une base de 7 cm et une hauteur de 3 cm?
i. Quelle est la mesure de l'aire de la surface d'un parallélogramme ayant une base de 7 cm et une hauteur de 3 cm?
j. Quelle est la mesure de l'aire de la surface d'un parallélogramme ayant une base de ... cm et une hauteur de ... cm?
k. Complète la phrase suivante pour un parallélogramme ayant une base de ... cm et une hauteur de ... cm.

Pour calculer l'aire de la surface d'un parallélogramme, on fait : _____

Concepts que l'élève doit comprendre au terme de cette activité

Puisqu'un parallélogramme peut être transformé en rectangle, alors la formule pour calculer l'aire de sa surface est la même que celle du rectangle.

La formule de l'aire de la surface du parallélogramme est exprimée par $A = b \times h$ où b représente la longueur de la base et h représente la hauteur.

L'aire du triangle

But

Cette activité permet à l'élève de développer la formule pour calculer l'aire de la surface du triangle.

Matériel

- Triangles rectangles de carton de dimensions différentes (voir Annexe 3).
- Grille quadrillée métrique photocopiée sur un transparent (voir Annexe 4).
- Règles graduées en centimètres.
- Ciseaux et ruban gommé.
- Petits cubes du matériel de base 10 ou réglettes Cuisenaire® blanches.

Démarche

1. Placer les élèves en équipes de 2.
2. Remettre 2 triangles rectangles identiques à chaque élève.
3. Demander aux élèves d'utiliser le matériel à leur disposition pour trouver l'aire de la surface du triangle qu'ils ont entre les mains.
4. Circuler pour voir les différentes stratégies utilisées.
5. Demander à quelques équipes de présenter leur stratégie au reste de la classe :
 - a. la grille quadrillée;
 - b. le collage pour former un rectangle.
6. Poser des questions comme :
 - a. Quelle est l'unité de mesure que vous avez utilisée pour mesurer l'aire de la surface du triangle?
 - b. Combien d'unités de mesure recouvrent entièrement 2 triangles formant un rectangle?
 - c. Combien de carrés (cubes) entrent sur la base du triangle?
 - d. Combien de carrés (cubes) entrent sur la hauteur du triangle?
 - e. Quelles sont les dimensions de votre triangle?
 - f. Quelle est la relation entre les dimensions de votre triangle et l'aire de sa surface?

g. Comment écririez-vous le calcul de l'aire de la surface de votre triangle?

Note importante : À ce moment précis, mettre un accent très particulier sur la façon de calculer l'aire de la surface d'un triangle qui peut facilement être transformé par collage, en un rectangle de même dimension. Ce calcul se fait alors par itération de l'unité de mesure et par une division par 2 étant donné qu'il faut 2 triangles pour former un rectangle, soit :

La quantité d'unités de mesure sur la base multipliée par la quantité d'unités de mesure sur la hauteur multipliées par l'unité de mesure choisie et le tout divisé par 2 . Par exemple :

3 unités sur la base X 2 unités sur la hauteur X l'unité de mesure utilisée (1 cm²) et le tout divisé par 2 ou

$$\frac{3 \times 2 \times 1 \text{ cm}^2}{2} = \frac{6 \text{ cm}^2}{2} \text{ ou } 3 \text{ cm}^2.$$

- h. Comment calcule-t-on l'aire de la surface d'un triangle ayant une base de 7 cm et une hauteur de 3 cm?
- i. Quelle est la mesure de l'aire de la surface d'un triangle ayant une base de 7 cm et une hauteur de 3 cm?
- j. Quelle est la mesure de l'aire de la surface d'un triangle ayant une base de ... cm et une hauteur de ... cm?
- k. Complète la phrase suivante pour un triangle ayant une base de ... cm et une hauteur de ... cm.

Pour calculer l'aire de la surface d'un triangle, on fait : _____

Concepts que l'élève doit comprendre au terme de cette activité

Puisque 2 triangles rectangles congruents peuvent être transformés en un rectangle, alors la formule pour calculer l'aire de la surface d'un seul triangle est la même que celle du rectangle divisée par 2.

La formule de l'aire de la surface du triangle est exprimée par $A = \frac{b \times h}{2}$ où b représente la longueur de la base et h représente la hauteur.

Activité d'enrichissement

Utiliser la même démarche avec des triangles obtusangles. Avec 2 triangles obtusangles congruents, les élèves peuvent former un parallélogramme, lequel peut être transformé en rectangle. On peut donc en conclure que l'aire de la surface de tout triangle est calculée au moyen de la même formule.

Figures dont l'aire est donnée

But

Cette activité aide les élèves à consolider leur compréhension de la mesure d'aire d'une surface.

Matériel

- Géoplan 11 par 11 par élève.
- Papier géoplan (voir Annexe 5).
- Grille quadrillée de 1 cm sur 1 cm (voir Annexe 4).
- Règle graduée en centimètres.

Démarche

À l'aide d'un géoplan, d'une grille quadrillée ou d'une règle, construire chacune des figures suivantes ayant une aire donnée. Reproduire les figures dans le cahier de notes.

1. Un rectangle dont l'aire est de 20 unités carrées.
2. Un carré dont l'aire est de 36 unités carrées.
3. Un parallélogramme dont l'aire est de 16 unités carrées.
4. Un triangle dont l'aire est de 24 unités carrées.
5. Un trapèze dont l'aire est de 15 unités carrées.

Figures ayant la même aire

But

Cette activité aide à consolider la compréhension de la mesure d'aire d'une surface.

Note : Deux figures dont l'aire est équivalente ne sont pas toujours congruentes.

Matériel

- Géoplan
- Papier géoplan (voir Annexe 5).
- Grille quadrillée de 1 cm sur 1 cm (voir Annexe 4).
- Règle graduée en centimètres.

Démarche

À l'aide d'un géoplan, d'une grille quadrillée ou d'une règle, construire dans chaque cas les figures ayant la même aire donnée. Reproduire les figures dans le cahier de notes.

1. Deux rectangles de dimensions différentes dont l'aire de la surface est de 8 unités carrées.
2. Un rectangle et un parallélogramme dont l'aire de la surface est de 12 unités carrées.
3. Un rectangle et un carré dont l'aire de la surface est de 16 unités carrées.
4. Un rectangle et un triangle dont l'aire de la surface est de 6 unités carrées.
5. Un parallélogramme et un triangle dont l'aire de la surface est de 10 unités carrées.
6. Un trapèze et un parallélogramme dont l'aire de la surface est de 12 unités carrées.
7. Un rectangle et un trapèze dont l'aire de la surface est de 12 unités carrées.

Aire de figures ayant le même périmètre

But

Cette activité aide les élèves à distinguer entre l'aire et le périmètre d'une figure.

Matériel

- Géoplan
- Papier géoplan (voir Annexe 5).
- Grille quadrillée de 1 cm sur 1 cm (voir Annexe 4).
- Règle graduée en centimètres.

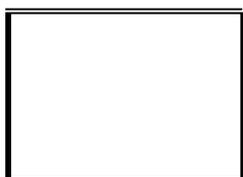
Démarche

À l'aide d'un géoplan, d'une grille quadrillée ou d'une règle :

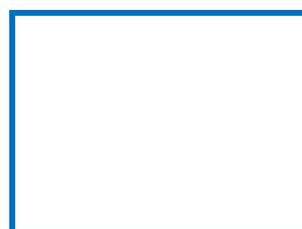
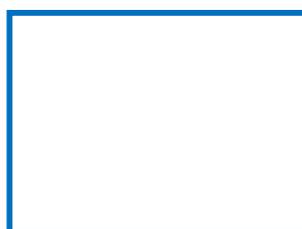
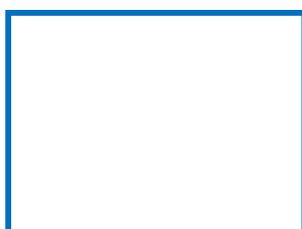
1. a. Construire un rectangle et un carré dont le périmètre est de 24 unités
(Note : les côtés ne peuvent être des traits obliques);
b. Déterminer l'aire des deux quadrilatères;
c. Reproduire ces figures dans votre cahier de notes.
2. a. Construire deux quadrilatères dont le périmètre est de 20 unités
(Note : les côtés ne peuvent être des traits obliques);
b. Déterminer l'aire des deux quadrilatères;
c. Reproduire ces quadrilatères dans votre cahier de notes.
3. a. Construire trois polygones dont le périmètre est de 32 unités
(Note : les côtés ne peuvent être des traits obliques);
b. Déterminer l'aire de ces polygones;
c. Reproduire ces polygones dans votre cahier de notes.

Annexe 1

2 cm sur 3 cm



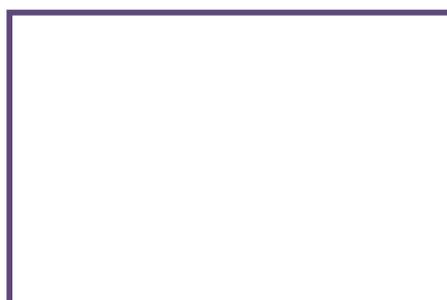
3 cm sur 4 cm



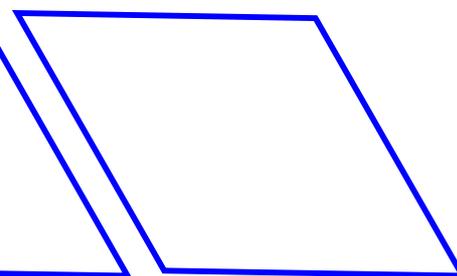
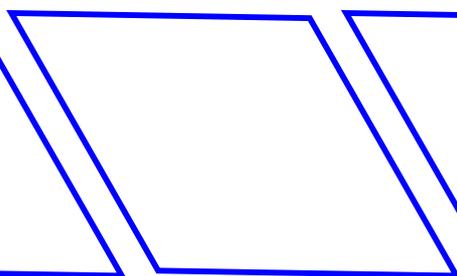
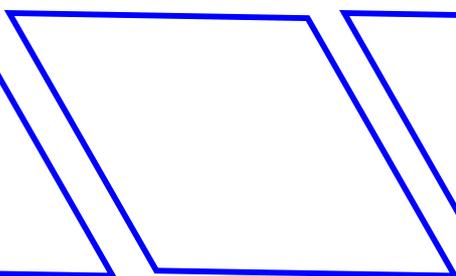
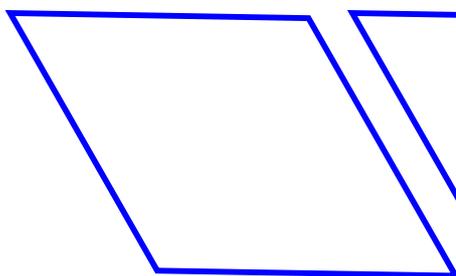
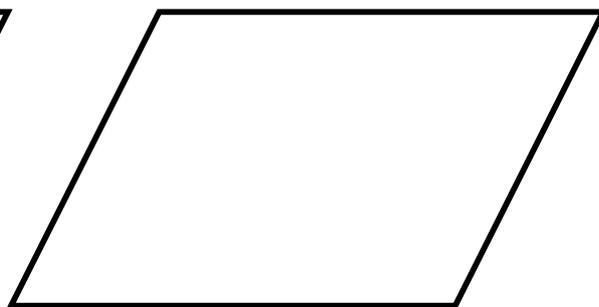
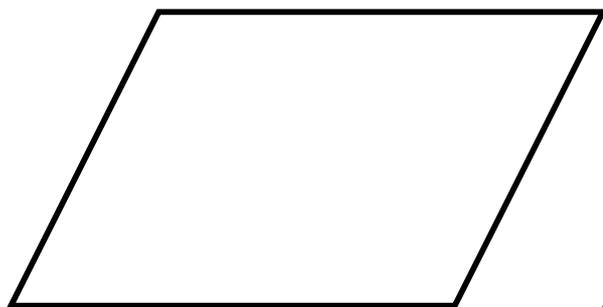
3 cm sur 5 cm



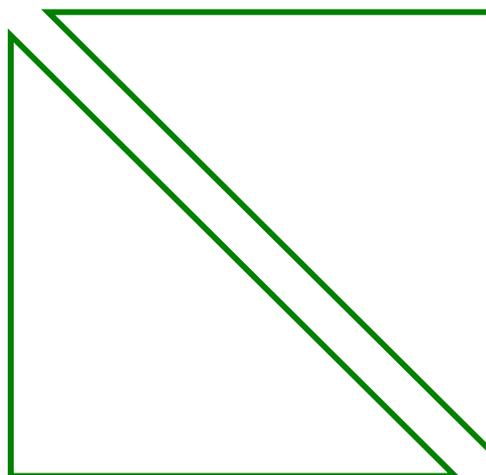
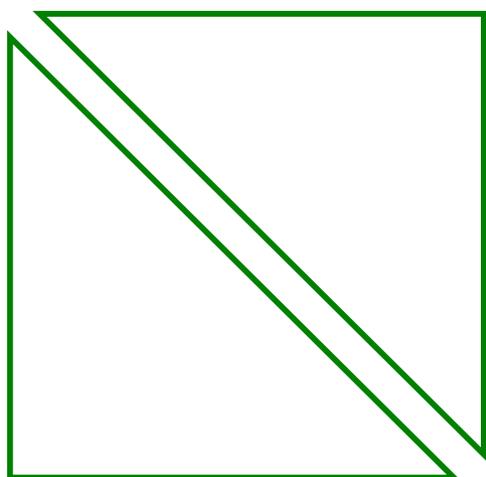
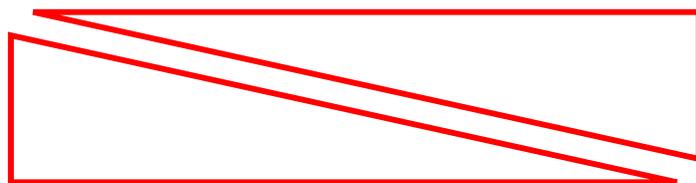
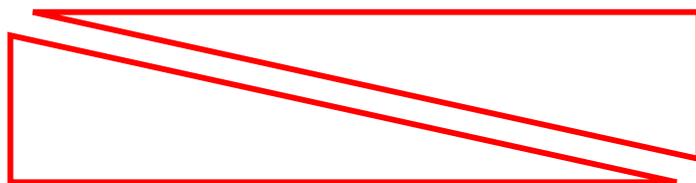
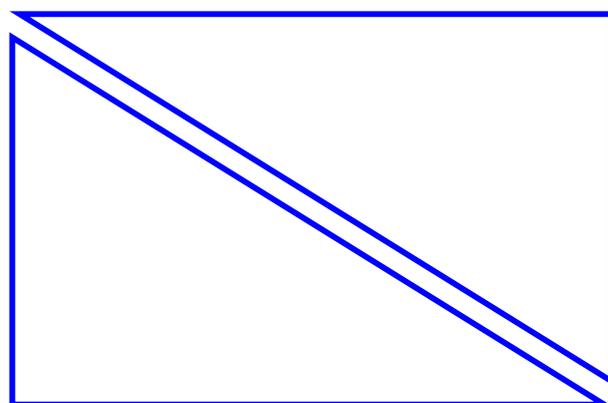
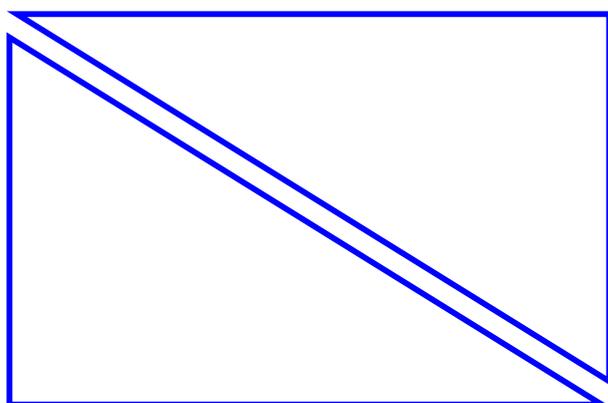
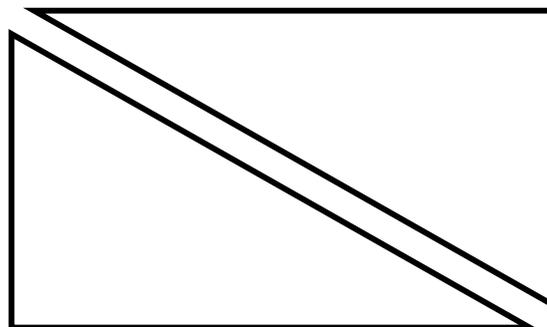
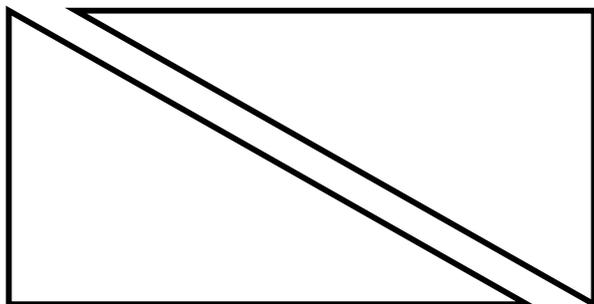
4 cm sur 6 cm



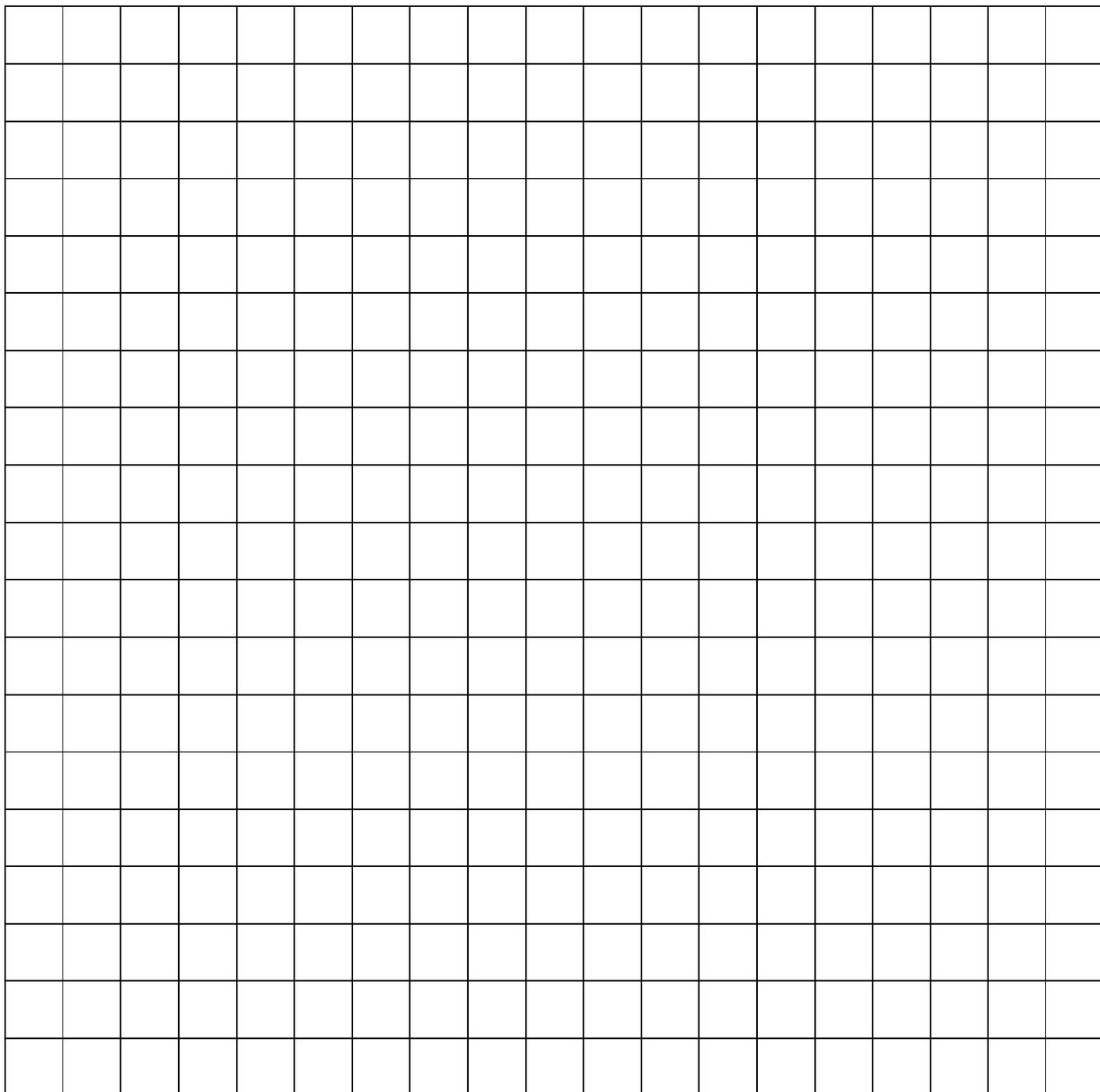
Annexe 2



Annexe 3



Annexe 4



Annexe 5

