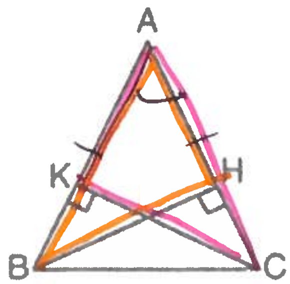
CORRIGÉ

Formatif Examen Chapitre 5

1-

Le triangle ABC ci-contre est un triangle isocèle.

On considère les hauteurs BH et CK. On veut démontrer que les triangles BCK et BCH sont congrus.



ÉTAPES	JUSTICATIONS
$\overline{AC} \cong \overline{AB}$	Définition Δ isocèle
$\angle BAC \cong \angle HAB$	
$\angle AKC \cong \angle AHB$	angle droit
$\angle ACK \cong \angle ABH$	La somme des angles intérieurs à un Δ est de 180°.

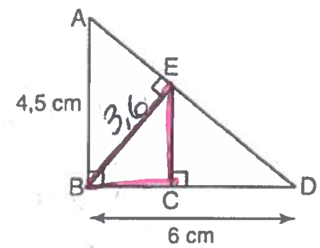
$\Delta BCK \cong \Delta BCH$ ACA

. **LE PÉRIMÈTRE D'UN TRIANGLE RECTANGLE**

Dans le triangle rectangle ABD ci-contre, on a tracé la hauteur BE.

Dans le triangle BED, on a tracé la hauteur EC.

On a : m $\overline{AB}$ = 4,5 cm et m $\overline{BD}$ = 6 cm. Calcule le périmètre du triangle BCE.



$m\overline{AD} = \sqrt{6^2 + (4,5)^2}$

$= \sqrt{36 + 20,25}$

$= 7,5$

$a \cdot b = h \cdot c$

$4,5 \cdot 6 = h \cdot 7,5$

$h = 3,6 = m\overline{BE}$

$a^2 = m \cdot n$

$3,6^2 = 6 \cdot n$

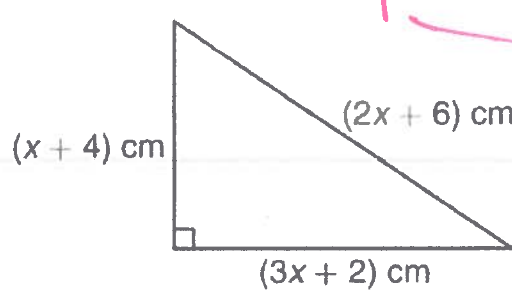
$2,16 = n = m\overline{BC}$

$(3,6)^2 - (2,16)^2 = m\overline{CE}$

$m\overline{CE} = 2,88$

$\boxed{\text{Perimetre } \Delta BCE = 8,64}$

On considère le triangle rectangle ci-dessous.



Quelle est la valeur numérique de l'aire de ce triangle?

$(x+4)^2 + (3x+2)^2 = (2x+6)^2$

$x^2 + 8x + 16 + 9x^2 + 12x + 4 = 4x^2 + 24x + 36$

$10x^2 + 20x + 20 = 4x^2 + 24x + 36$

$6x^2 - 4x - 16 = 0$

$2(3x^2 - 2x - 8) = 0$

$2(3x^2 - 6x + 4x - 8) = 0$

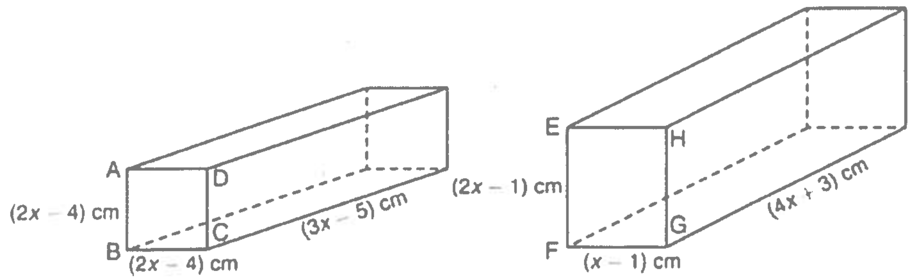
$2(3x(x-2) + 4(x-2)) = 0$

$(3x+4)(x-2) = 0$

$x = -4/3$, $x = 2$

rejetée

Deux prismes, l'un à base carrée et l'autre à base rectangulaire, sont représentés ci-dessous.



Prisme ① Prisme ②

Le côté de la base carrée du prisme ① mesure $(2x - 4)$ cm et sa hauteur mesure $(3x - 5)$ cm.

Les dimensions de la base du prisme ② sont $(x - 1)$ cm et $(2x - 1)$ cm et sa hauteur mesure $(4x + 3)$ cm.

Les bases ABCD et EFGH des prismes ① et ② sont équivalentes.

Quelle est la valeur numérique du volume du prisme ②?

A (Carré ABCD) = A (Rectangle EFGH)

$$(2x-4)^2 = (2x-1)(x-1)$$

$$4x^2 - 16x + 16 = 2x^2 - 3x + 1$$

$$4x^2 - 16x + 16 - 2x^2 + 3x - 1 = 0$$

$$2x^2 - 13x + 15 = 0$$

On trouve $x = 5$ accepté et $x = \frac{3}{2}$ rejeté car $3x - 5$ devient négatif

donc $m\overline{EF} = 2(5) - 1 = 9$ cm

$m\overline{FG} = 4$ cm

h(Prisme) $= 4(5) + 3 = 23$ cm

V(Prisme ②) $= 9 \cdot 4 \cdot 23$

$= 828$ cm^3

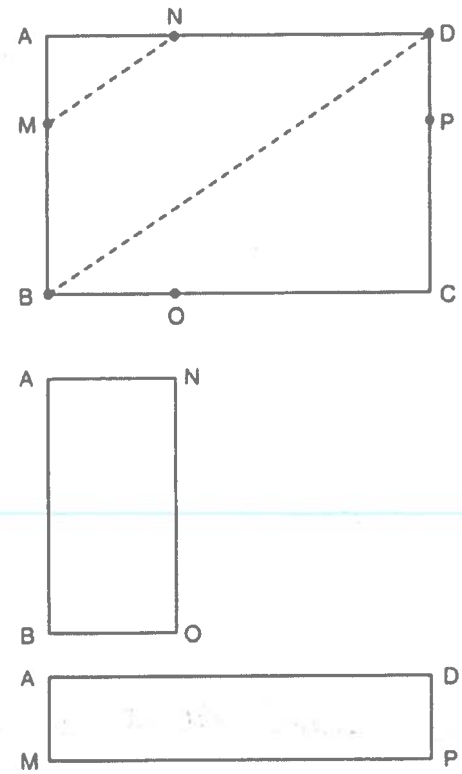
DEUX RECTANGLES ISSUS D'UN RECTANGLE

On considère le rectangle ABCD ci-contre. On choisit au hasard un point M sur le segment AB de façon que M ne soit pas une des extrémités du segment AB.

On situe le point N sur le segment AD de façon que le segment MN soit parallèle à la diagonale BD du rectangle ABCD.

On forme le rectangle ABON et le rectangle AMPD.

Montre que les rectangles ABON et AMPD sont équivalents.



$\Delta\, AMN \sim \Delta\, ABD$ par AA $\begin{cases} \angle A \text{ commun} \\ m\angle AMN = m\angle ABD \end{cases}$ correspondants

donc

$$\frac{m\,\overline{AH}}{m\,\overline{AB}} = \frac{m\,\overline{AN}}{m\,\overline{AD}}$$

$$m\,\overline{AM} \times m\,\overline{AD} = m\,\overline{AB} \times m\,\overline{AN}$$

$$A(\text{Rectangle } AMPD) = A(\text{Rectangle } ABDN)$$

Conclusion les 2 rectangles sont équivalents

UNE STRUCTURE DE MÉTAL

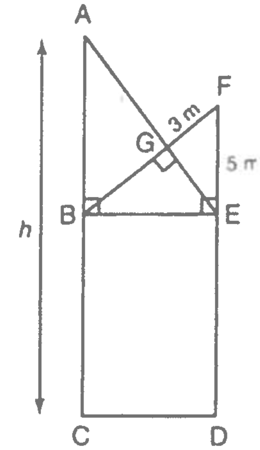
La structure de métal, représentée ci-contre, est composée du triangle rectangle ABE, du triangle rectangle BEF et du rectangle BCDE.

On a :

$m\overline{EF} = 5$ m, $m\overline{GF} = 3$ m et $\overline{AE} \perp \overline{BF}$

L'aire du rectangle BCDE est égale à 60 m^2.

Quelle est, arrondie au dixième près, la hauteur h de cette structure ?



1) $m\overline{EF}^2 = m\overline{FG} \times m\overline{FB}$

$5^2 = 3 \times m\overline{FB}$

$m\overline{FB} = \frac{25}{3}$

2) $m\overline{BE}^2 = m\overline{FB}^2 - m\overline{FE}^2$

$= \left(\frac{25}{3}\right)^2 - 5^2$

$= \frac{625}{9} - 25$

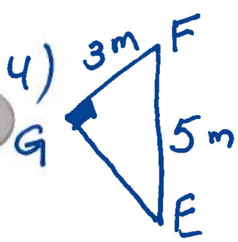
$= \frac{400}{9}$

$m\overline{BE} = \sqrt{\frac{400}{9}} = \frac{20}{3}$ m

3) $m\overline{BC} = A(\text{Rectangle}) \div m\overline{BE}$

$= 60 \div \frac{20}{3} = \frac{60 \times 3}{20} = 9$ m

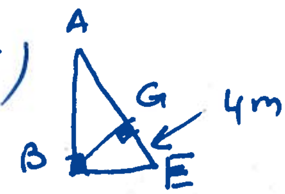
4)



Par Pythagore

$m\overline{EG} = 4$ m

5)

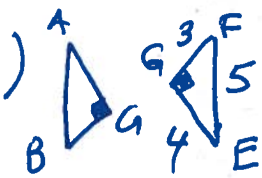


$m\overline{BE}^2 = m\overline{EG} \times m\overline{EA}$

$\frac{400}{9} = 4 \times m\overline{EA}$

$m\overline{EA} = \frac{400}{9} \div 4 = \frac{400}{9} \times \frac{1}{4} = \frac{100}{9}$ m

6)



$m\overline{AG} = m\overline{EA} - m\overline{EG} = \frac{100}{9} - 4 = \frac{64}{9}$ m

$m\overline{BG} = m\overline{FB} - m\overline{FG} = \frac{25}{3} - 3 = \frac{16}{3}$ m

7) $\Delta ABG \sim \Delta EFG$ par CAC

car $\frac{m\overline{AG}}{m\overline{GE}} = \frac{64}{36} = \frac{16}{9}$

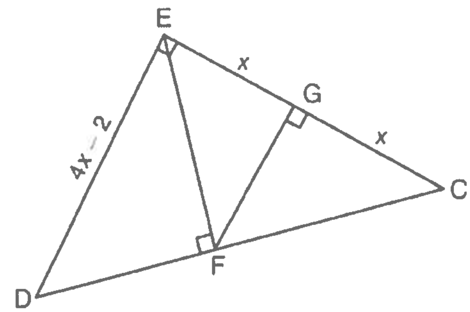
$\frac{m\overline{BG}}{m\overline{GF}} = \frac{16}{3} \div 3 = \frac{16}{3} \times \frac{1}{3} = \frac{16}{9}$

$m\angle AGB = m\angle EGF = 90°$

Donc $\frac{m\overline{AB}}{5} = \frac{16}{9} \longrightarrow m\overline{AB} = \frac{80}{9}$

$\boxed{h = 9 + \frac{80}{9} = \frac{161}{9}\ m}$ $\boxed{h = \frac{161}{9}}$

Une hauteur



Dans le triangle rectangle DEC, on a tracé la hauteur EF.

Dans le triangle rectangle EFC, on a tracé la hauteur FG.

On a:

- $m\overline{GE} = m\overline{GC} = x$
- $m\overline{DE} = 4x - 2$

Trouve la valeur numérique de la hauteur EF.

1) $\Delta\ EFC$

$$m\overline{EF}^2 = m\overline{EG} \cdot m\overline{EC}$$

$$m\overline{EF}^2 = x \cdot 2x$$

$$m\overline{EF}^2 = 2x^2$$

2) $m\overline{FC}^2 = m\overline{EC}^2 - m\overline{EF}^2$

$$= (2x)^2 - 2x^2$$

$$= 4x^2 - 2x^2$$

$$= 2x^2 \rightarrow m\overline{FC} = x\sqrt{2}$$

3) $m\overline{EF}^2 = m\overline{DF} \cdot m\overline{FC}$

$$m\overline{DF} = \frac{m\overline{EF}^2}{m\overline{FC}} = \frac{2x^2}{x\sqrt{2}}$$

$$= x\sqrt{2}$$

[Remarque $2 = \sqrt{2} \cdot \sqrt{2}$]

4) Comme $m\overline{DF} = m\overline{FC}$

le $\Delta\ EDF \cong ECF$ par CAC

donc $m\overline{ED} = m\overline{EC}$

$$4x - 2 = 2x$$

$$4x - 2x = 2$$

$$2x = 2$$

$$\boxed{x = 1}$$

5) $m\overline{EF} = x\sqrt{2}$

$$= 1 \cdot \sqrt{2}$$

$$\boxed{m\overline{EF} = \sqrt{2}}$$

UN QUADRILATÈRE

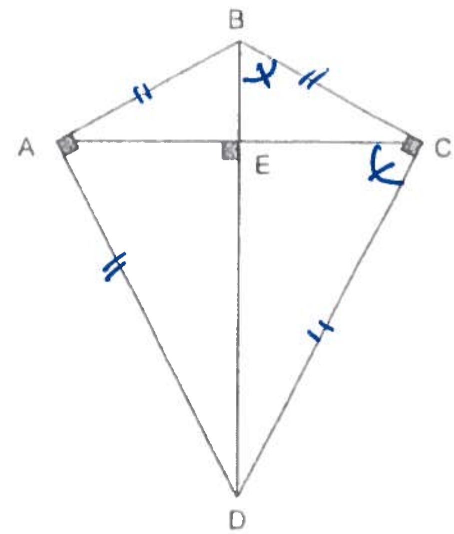
Dans le quadrilatère ABCD illustré ci-contre, les diagonales AC et BD sont perpendiculaires et sécantes en E.

De plus,

$m\angle BAD = m\angle BCD = 90°$,

$m\overline{BA} = m\overline{BC}$ et

$m\overline{DA} = m\overline{DC}$.

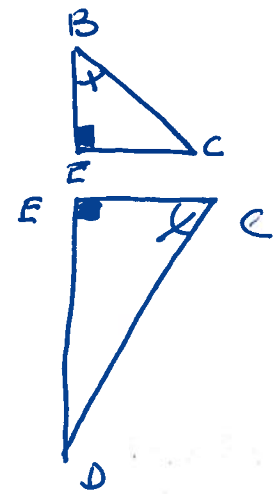


Montrez que $m\overline{BE} \times m\overline{DE} = m\overline{AE} \times m\overline{CE}$.

1) le $\Delta BAD \cong \Delta BCD$

par CAC

donc $m\overline{AE} = m\overline{EC}$



2) $m\angle EBC + m\angle ECB = 90°$

$m\angle ECD + m\angle ECB = 90$

donc $m\angle EBC = m\angle ECD$

3) le $\Delta EBC \sim \Delta ECD$ par A

donc $\dfrac{m\overline{EB}}{m\overline{EC}} = \dfrac{m\overline{EC}}{m\overline{ED}}$

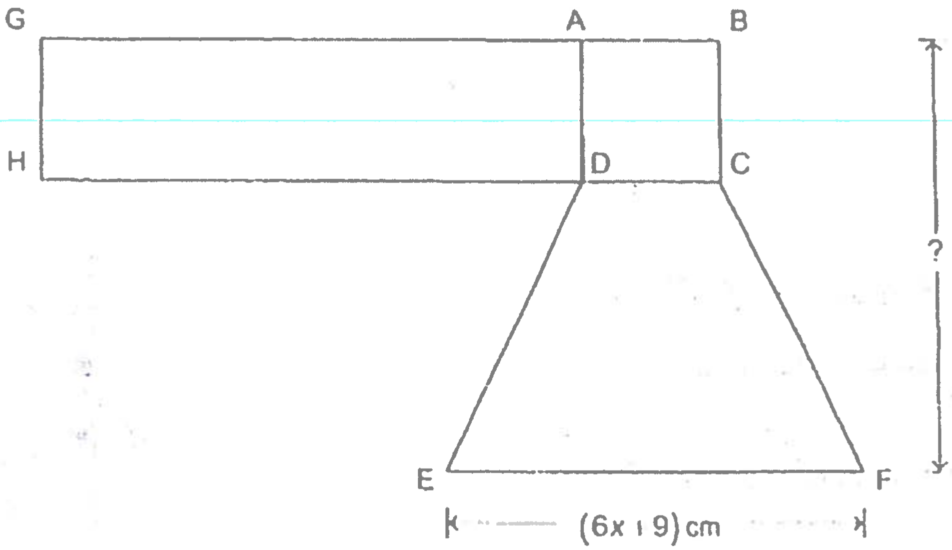
$m\overline{EB} \times m\overline{ED} = m\overline{EC} \times m\overline{EC}$ et Comme $m\overline{EC} = m\overline{AE}$

donc $m\overline{EB} \times m\overline{ED} = m\overline{AE} \times m\overline{EC}$

LA HAUTEUR ALGÉBRIQUE

Dans la figure suivante,

- l'aire du carré ABCD est de $\left(4x^2 + 12x + 9\right)$ cm^2 ;
- $m\,\overline{GA} = 4 \times m\,\overline{AD}$;
- $m\,\overline{EF} = (6x + 9)$ cm ;
- le rectangle GADH est équivalent au trapèze isocèle DCFE.



1) $4x^2 + 12x + 9$

$= (2x+3)^2$

donc $m\,\overline{AD} = 2x+3 = m\,\overline{DC}$

2) $m\,\overline{GA} = 4(2x+3)$

$= 8x + 12$

3) A (Rectangle GADH

$= (8x+12)(2x+3)$

$= 16x^2 + 48x + 36$

4) $A\,(\text{Trapèze}) = \left(\dfrac{B+b}{2}\right) \cdot h$

$= \dfrac{(6x+9+2x+3)\cdot h}{2}$

$= (4x+6)\cdot h = 2(2x+3)\cdot h$

$= 16x^2 + 48x + 36 \leftarrow$ A (Rectangl

$= 4(2x+3)^2$

$h = \dfrac{4(2x+3)^2}{2(2x+3)} = 2(2x+3) = 4x+6$

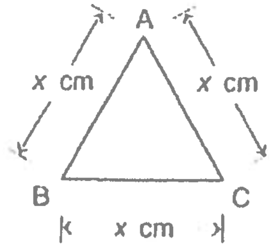
5) ? $4x+6+2x+3$

$= 6x + 9$

LES PROLONGEMENTS

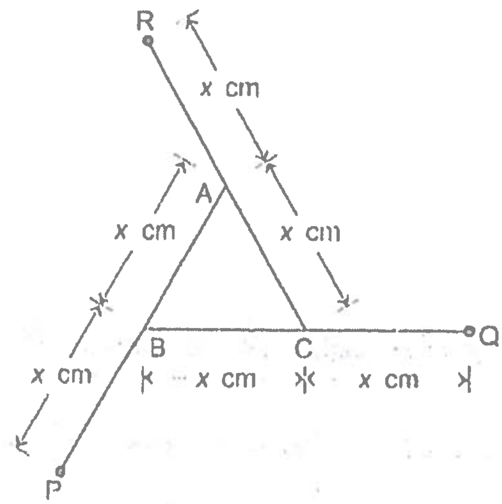
Le triangle ABC représenté ci-contre est équilatéral.

Chacun de ses côtés mesure x cm.

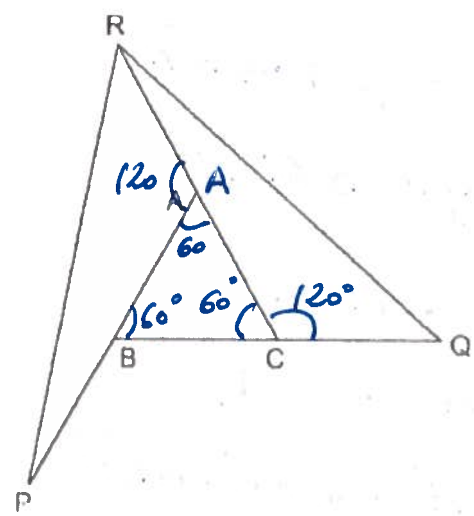


On prolonge chacun des trois côtés du triangle ABC de x cm.

Ainsi, $m\,\overline{AR} = x$ cm,
$m\,\overline{BP} = x$ cm,
$m\,\overline{CQ} = x$ cm.



On trace ensuite les segments de droite RP et RQ.



Montrez que les segments de droite RP et RQ sont isométriques.

$\Delta RAP \cong \Delta QCR$ par CAC
car $*\ m\,\overline{RA} = m\,\overline{CQ} = x$
$*\ m\angle RAP = m\angle QCR = 120^\circ$
$*\ m\,\overline{AP} = m\,\overline{CR} = 2x$

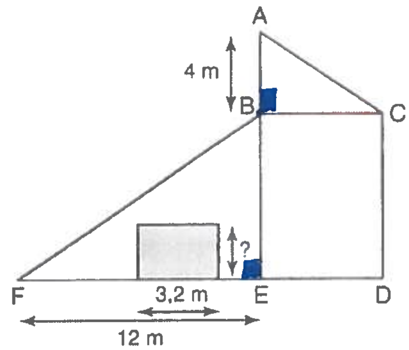
Comme les 2 Δ sont isométriques
donc $m\,\overline{RP} = m\,\overline{RQ}$

UNE FAÇADE

La vue de côté d'un bâtiment est représentée ci-contre.

On a l'information suivante:

- Les triangles ABC et BEF sont rectangles.
- Les triangles ABC et BEF sont semblables.
- Le triangle BEF et le rectangle BCDE sont équivalents.
- Le segment AB mesure 4 m.
- Le segment EF mesure 12 m.



Une ouverture, représentée par le rectangle ombré, doit être construite. Cette ouverture doit être semblable au rectangle BCDE.

Si la longueur de l'ouverture est égale à 3,2 m, détermine la hauteur de cette ouverture.

1) ~~Les~~ Δ BEF ~~et~~ et le rectangle BCDE sont équivalents

$A(\Delta BEF) = \dfrac{12 \cdot m\overline{BE}}{2}$

$= 6 \cdot m\overline{BE}$

$A(\text{Rectangle } BCDE)$

$= m\overline{BC} \cdot m\overline{BE}$

$A(\Delta) = A(\square)$

$6 \cdot m\overline{BE} = m\overline{BC} \cdot m\overline{BE}$

donc $m\overline{BC} = 6\ m$

2) $\Delta ABC \sim \Delta BEF$

donc $\dfrac{4}{m\overline{BE}} = \dfrac{6}{12}$

$m\overline{BE} = 8\ m.$

3) Ouverture est semblable au rectangle BCDE

donc $\dfrac{3,2}{m\overline{BE}} = \dfrac{?(h)}{m\overline{BC}}$

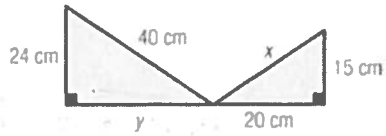
$\dfrac{3,2}{8} = \dfrac{?}{6}$

$? = \dfrac{3,2 \times 6}{8}$

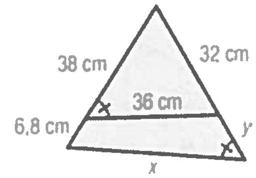
$= 2,4\ m.$

Pour chacune des paires de triangles semblables ci-dessous, déterminez les mesures associées à x et à y.

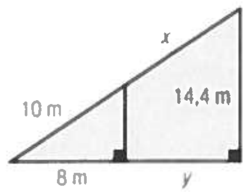
a)



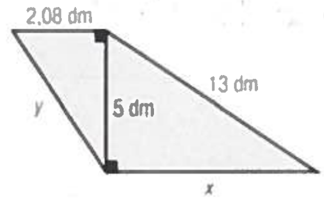
b)



c)



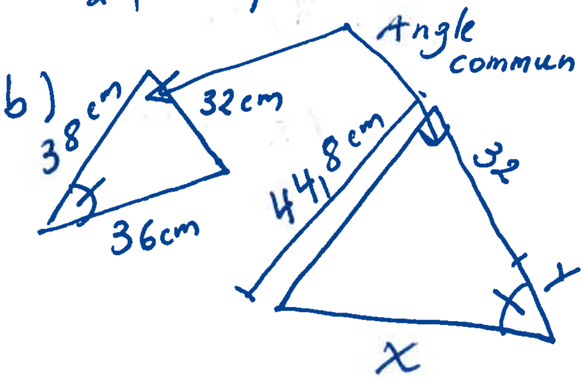
d)



a) $\frac{15}{24} = \frac{x}{40} \rightarrow x = 25\text{ cm}$

$\frac{15}{24} = \frac{20}{y} \rightarrow y = 32\text{ cm}$

b)



Les triangles sont semblables par AA

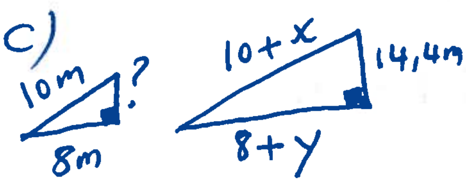
$\frac{32}{44,8} = \frac{36}{x} \rightarrow x = 50,4\text{cm}$

$\frac{38}{32+y} = \frac{32}{44,8}$

$32(32+y) = 38 \cdot 44,8$

$\rightarrow y = 1,6625\text{ cm}$

c)



Par pythagore $? = 6\text{m}$

Les triangles sont semblables par AA

$\frac{6}{14,4} = \frac{8}{8+y} \rightarrow y = 11,2\text{m}$

$\frac{6}{14,4} = \frac{10}{10+x} \rightarrow x = 14\text{ m}$

d)

Par pythagore

$x = \sqrt{13^2 - 5^2}$

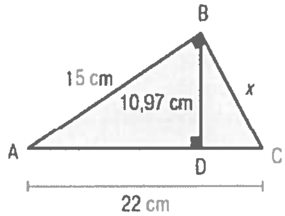
$= 12\text{ dm}$

$y = \sqrt{5^2 + 2,08^2}$

$\approx 5,42\text{ dm}$

Pour chacun des triangles rectangles ci-dessous, déterminez la mesure associée à *x*.

a)

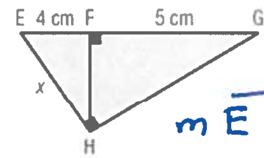


$15x = 22 \cdot 10,97$

$15x = 241,34$

$x \approx 16,09 \text{ cm}$

b)



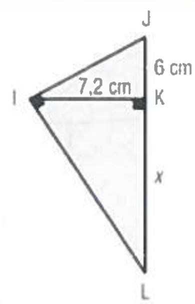
$m\overline{EG} = 9 \text{ cm}$

$x^2 = 4 \cdot 9$

$x^2 = 36$

$x = 6 \text{ cm}$

c)

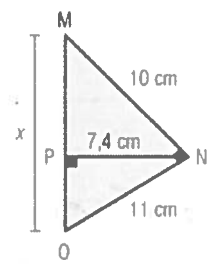


$7,2^2 = 6x$

$51,84 = 6x$

$x = 8,64 \text{ cm}$

d)

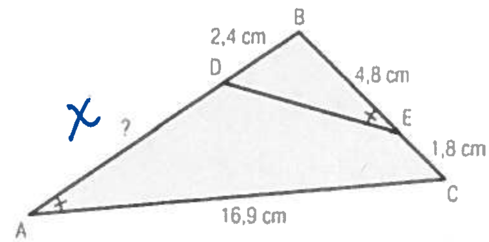


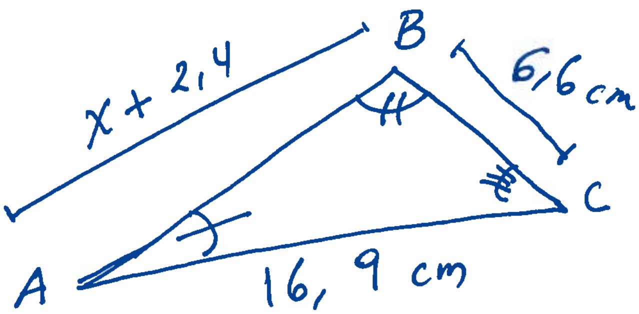
$10 \cdot 11 = 7,4x$

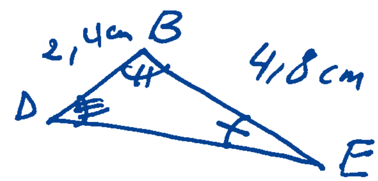
$110 = 7,4x$

$x \approx 14,86 \text{ cm}$

Quelle est la mesure du segment AD dans la figure ci-contre ?







Les 2 triangles sont semblables par AA $\begin{cases} \angle B \text{ com} \\ m\angle E = m\angle A \end{cases}$

$$\frac{4,8}{x+2,4} = \frac{2,4}{6,6}$$

$$2,4\,(x+2,4) = 4,8 \cdot 6,6$$

$$2,4x + 5,76 = 31,68$$

$$2,4x = 31,68 - 5,76$$

$$2,4x = 25,92$$

$$x = 25,92 \div 2,4$$

$$= 10,8$$