

Comment nos élèves apprennent-ils ? Qu'est-ce qui peut favoriser l'apprentissage ?¹

Michel Mante, IUFM de Lyon

Voici deux questions qui sont capitales pour nous enseignants. Depuis de nombreuses années, des recherches en psychologie et en didactique essaient d'apporter des éléments de réponse. Certaines recherches sont plus centrées sur la première question qui renvoie à l'apprentissage : ce sont essentiellement des recherches en psychologie qui peuvent être séparées en deux grands courants : le courant behavioriste (cf. § 2) et le courant cognitiviste (cf. § 3).

D'autres recherches sont plus centrées sur la seconde question qui renvoie à l'enseignement : ce sont des «recherches» (et/ou

¹ [ndlr] Michel Mante a donné une conférence sur ce thème le 21 avril 1999, à Neuchâtel, dans le cadre de «Espace BEJUNE». Nous le remercions, au nom des lecteurs de *Math-Ecole* et des très nombreux collègues ayant suivi son exposé, de nous offrir la possibilité de publier son texte. (La «conférence» a débuté par un travail pratique consistant à analyser trois séquences visant le même objectif pédagogique - repérage et signification du chiffre des unités et des dizaines dans un nombre de deux chiffres - selon différentes conceptions de l'apprentissage. Il n'est malheureusement pas possible de reproduire ces trois séquences ici, ni les commentaires et la discussion qui ont suivi ce travail pratique et qui ont servi d'introduction à la conférence. Il est toutefois nécessaire de donner cette information pour les lecteurs n'ayant pas assisté à l'exposé de Michel Mante, afin qu'ils perçoivent quelques éléments du contexte dans lequel il s'est déroulé - éléments importants lorsqu'on parle de conceptions de l'apprentissage.)

Math-Ecole no. 187 mai
1999 pp. 5-15

innovations) pédagogiques qui ont donné en particulier naissance aux grands courants pédagogiques : pédagogie Freinet, par exemple.

Suivant la question qui est abordée et les fondements théoriques de ces recherches les réponses sont très diverses.

Nous-mêmes, enseignants, même si nous n'apportons pas de réponse explicite à ces questions, les décisions que nous prenons avant, pendant et après un cours sont fonction de réponses implicites. Il en est bien sûr de même pour les auteurs de programmes et de moyens d'enseignement.

Ici, plutôt que de nous livrer à une présentation exhaustive des réponses apportées par les différents courants de recherche nous présenterons trois types de réponses qui associent l'apprentissage et l'enseignement. Ce choix est fait en fonction de l'évolution des pratiques pédagogiques de ces dernières années.

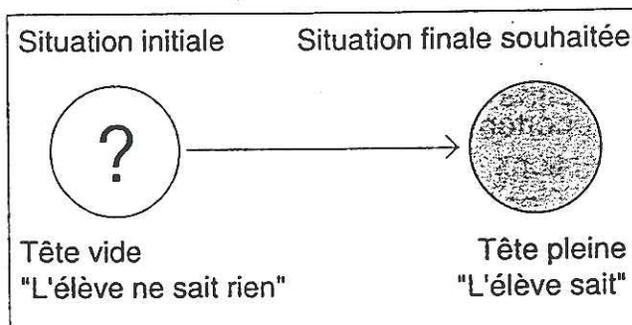
Précisons qu'il ne s'agit pas ici de montrer qu'une réponse est plus performante qu'une autre mais plutôt de caractériser ces différentes réponses, que nous appellerons **conceptions de l'apprentissage / enseignement** et d'en montrer les avantages et les limites. Cela peut permettre à chacun de repérer celle sur laquelle il a tendance à appuyer son enseignement et d'élargir l'éventail de ses choix dans sa pratique de classe.

1 – Un premier type de réponse : L'approche transmissive

Cette approche qui ne s'appuie sur aucune recherche (ni pédagogique, ni psychologique) est pourtant très naturelle à toute per-

sonne qui a à charge d'enseigner un savoir ou savoir-faire. Elle s'appuie sur l'hypothèse que l'apprenant à qui on s'adresse ne sait rien concernant le contenu enseigné et cherche à remplir cette « tête vide » en expliquant ou en montrant le savoir ou le savoir-faire.

Cette approche peut être schématisée de la façon suivante :



C'est sur cette conception que s'appuie la pratique du cours magistral, c'est également sur cette conception que l'on s'appuie lorsque face à une erreur d'élève nous apportons des explications «Non ! écoute; je vais t'expliquer» ou bien «Non ! regarde; je vais te montrer».

Dans cette conception, le rôle du professeur est donc de communiquer le savoir (le plus clairement possible, on va donc insister sur la clarté des explications, sur la voix, ...), celui de l'élève sera d'écouter ou de regarder attentivement. La pratique pédagogique qui s'appuie sur cette conception de l'enseignement / apprentissage permet d'acquérir des connaissances. En effet, pour beaucoup d'entre nous c'est la pratique sur laquelle se sont appuyés nos enseignants. Mais cette pratique suppose que les apprenants soient attentifs et qu'ils aient les prérequis nécessaires à la compréhension du discours de l'enseignant. Ces deux conditions ne sont pas toujours réunies !

Enfin, nous avons tous fait l'expérience d'utiliser cette pratique avec des apprenants très

attentifs qui, a priori, avaient les prérequis nécessaires pour nous entendre et qui pourtant faisaient ensuite des erreurs. N'est-ce pas dû au fait que, contrairement à l'hypothèse sur laquelle s'appuie cette conception, la tête de l'élève n'est pas vide ? Nous reviendrons sur ce point dans la troisième partie.

2 – Un deuxième type de réponse : L'approche behavioriste²

Contrairement au premier type de réponse, cette conception s'appuie sur un courant de recherche en psychologie qui s'est développé au début du XXe siècle : le «behaviorisme». Ce courant ne s'intéresse pas aux états mentaux des individus mais uniquement aux comportements observables. Pour les tenants de cette théorie, apprendre c'est acquérir un comportement nouveau. Il est acquis uniquement par l'expérience de l'apprenant (il n'y a pas de comportement inné), à partir de stimuli qui se reproduisent et de renforcements. Ce processus d'apprentissage correspond au conditionnement.

Ce courant a donné lieu à une théorie de l'apprentissage qui consiste à créer les stimuli et renforcements adéquats pour obtenir les comportements (ou modifications des comportements) souhaités.

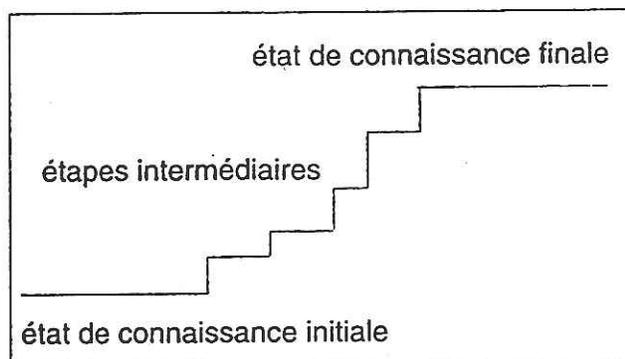
Le rôle de l'enseignant dans cette approche est de :

- définir des objectifs en terme de comportements observables : «L'élève doit être capable de ...»;
- classer ces objectifs du simple au complexe. Si un objectif est trop complexe, il doit être décomposé en objectifs plus élémentaires;

² Ce terme est tiré du mot anglais «behavior» qui signifie «comportement»

- trouver des situations pour permettre à l'élève de réaliser le comportement souhaité et ce sans faire d'erreurs (ces dernières sont supposées laisser des traces indélébiles). Cette condition suppose que l'élève soit guidé vers la bonne réponse. Dans cette approche, l'induction joue un rôle fondamental.

Cette conception peut être schématisée de la façon suivante :



Cette conception de l'apprentissage est présente derrière le courant pédagogique appelé «pédagogie de maîtrise» ou derrière les nombreuses fiches de découverte des manuels scolaires.

La pratique pédagogique s'appuyant sur cette conception présente des avantages :

- elle est centrée sur l'apprenant,
- elle rationalise la préparation des cours et l'évaluation,
- elle permet à l'élève une certaine forme de réussite (les activités proposées sont conçues pour cela),
- elle semble opérationnelle pour l'acquisition d'automatismes.

Mais elle présente des inconvénients :

- Ce n'est pas parce que l'élève a atteint les objectifs intermédiaires qu'il atteint l'objectif général : savoir débrayer, savoir accélérer, savoir freiner, savoir tourner le volant ne signifie pas que l'on sache conduire !

- D'autre part, on s'aperçoit, en utilisant cette méthode, que, même si l'élève a atteint l'objectif général, il a beaucoup de peine à transférer les nouveaux comportements à un domaine nouveau : dès qu'on lui lâche la main, l'élève ne sait plus où aller.
- Les élèves ont de la peine à donner du sens aux notions ainsi acquises.

3 - Un troisième type de réponse : L'approche socio-constructiviste

Cette approche s'appuie sur les recherches en psychologie cognitive. Ce courant, qui s'est développé en réaction au courant behavioriste, fait l'hypothèse que les comportements mentaux jouent un rôle fondamental dans l'étude du comportement humain et en particulier dans l'apprentissage.

Empruntant à différents courants de recherche en psychologie cognitive (psychologie génétique de Piaget, psychologie sociale génétique de Perret-Clermont, Doise, Mugny, ...) le courant français de recherche en didactique des mathématiques a élaboré une conception de l'apprentissage appelée «socio-constructiviste».

Nous allons essayer d'explicitier les hypothèses sur lesquelles s'appuie cette conception à l'aide de la métaphore suivante : *Imaginons un bricoleur confronté à un problème de bricolage qui est nouveau pour lui. Sa première réaction, face à ce problème nouveau, est d'ouvrir sa boîte à outils et d'essayer de trouver l'outil qui lui semble le plus adapté à la situation. Si cet outil ne convient pas (c'est-à-dire s'il ne lui permet pas de résoudre son problème ou si l'utilisation de l'outil risque d'être très coûteuse en temps) il va alors en chercher un autre et l'essayer ... C'est seulement après plusieurs tentatives infructueuses qu'il va prendre conscience que, dans sa boîte à outils, il n'y a pas l'outil adéquat et qu'en conséquence il*

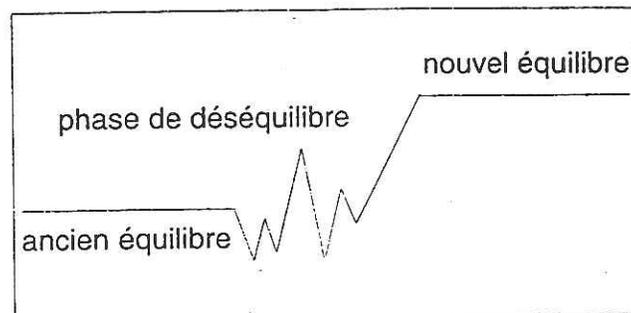
va falloir, pour résoudre son problème, construire un outil nouveau, ou bien s'appropriier celui que lui proposera un ami ou un spécialiste !

Cette métaphore permet d'expliciter un certain nombre d'hypothèses du modèle socio-constructiviste :

- Tout d'abord, contrairement à ce qu'on pourrait penser spontanément, la tête de l'élève n'est jamais vide de connaissances (de même que la boîte à outils du bricoleur n'est pas vide). Comme le dit Bachelard : «*Quel que soit son âge, l'esprit n'est jamais vierge, table rase ou cire sans empreinte.*» (Cf. Bachelard). L'élève se construit une certaine représentation (ou conception) de toutes les notions qu'on lui enseigne.
- L'apprentissage de connaissances ne se fait pas par empilement de connaissances, ni de manière linéaire : tant que l'élève, par rapport à une notion donnée, ne prend pas conscience de l'insuffisance de ses conceptions, il les gardera. Même si on réussit à lui vendre un nouvel outil (même s'il donne l'impression de l'avoir acquis), il reviendra à l'ancien plus économique pour lui (au sens de «plus sûr») s'il n'a pas pris lui-même conscience de son insuffisance. Voici deux citations qui résument bien cette hypothèse : «*On connaît contre une connaissance antérieure, en détruisant des connaissances mal faites*» (Cf. Bachelard), «*Apprendre c'est autant perdre les idées qu'on se faisait qu'en acquérir de nouvelles.*» (Hameline).

Quand on prend conscience de l'insuffisance de ses connaissances par rapport à un problème donné, il y a généralement une phase de régression. L'acquisition d'un nouvel outil oblige à une réorganisation de la boîte à outils.

On peut illustrer ces hypothèses à l'aide du schéma suivant :



- Le bricoleur (pardon l'élève) n'arrive véritablement à *donner du sens* à un outil (un concept) que s'il lui apparaît nécessaire, c'est-à-dire s'il lui apparaît d'abord comme un outil qui permet de résoudre un problème qu'il s'est approprié.
- Enfin, dernière hypothèse qui n'est pas mise en évidence à travers la métaphore précédente : la mise en place de conflits, portant sur des connaissances, entre les élèves peut faciliter leur acquisition. On parle ici de *conflits socio-cognitifs*. Nous reprenons ici les résultats des travaux de l'école genevoise de psychologie sociale génétique (cf. W. Doise). Le travail de groupe peut favoriser la mise en place de ces conflits.

Apprendre, c'est donc passer d'une conception ancienne à une nouvelle conception plus performante (car elle permet à l'élève de résoudre davantage de problèmes). Ce passage se fait par une remise en cause des connaissances anciennes qui sont des obstacles.

La stratégie consiste à provoquer chez l'élève un **conflit cognitif interne**. Ce conflit est provoqué par une **contradiction** entre une **anticipation** (élaborée à partir de ses connaissances anciennes) et un **démenti**. Ce démenti peut être apporté par le milieu ou par les autres (**conflit socio-cognitif**). Les situations de classe qui favorisent la mise en place de ce processus sont

appelées des **situations-problèmes** (cf. G. Brousseau, R. Douady).

Une situation-problème se caractérise par :

- un **type de problème** qui permet à l'élève de :

1^e phase : s'engager dans la résolution du problème en investissant ses conceptions anciennes.

2^e phase : prendre conscience de l'insuffisance de ses conceptions. Lui seul peut en prendre conscience. Cela suppose que l'élève ait pris en charge la responsabilité de la résolution du problème (dévolution du problème à l'élève).

3^e phase : construire une nouvelle connaissance, qui lui permette de résoudre le problème.

- une **gestion de la classe** : Généralement cette gestion se caractérise par les étapes suivantes³ :

1^e phase : Travail individuel. Cette première phase peut être précédée d'une phase de familiarisation pour permettre à tous les élèves de s'approprier le problème (ce qui ne signifie pas savoir le résoudre, mais comprendre les consignes et le but à atteindre).

2^e phase : Travail de groupe, qui se termine par une production commune du groupe.

3^e phase : Mise en commun et débat.

4^e phase : Institutionnalisation des connaissances. Au cours de cette phase, l'enseignant officialise parmi toutes les connaissances que les élèves ont ren-

³ Ce n'est bien sûr pas toujours le cas, cela dépend de la nature du problème.

contrées, celles qu'ils doivent maintenant apprendre et savoir utiliser.

On peut distinguer deux types de situations-problèmes :

- les situations-problèmes qui visent à dépasser un obstacle (cf. l'activité *Puzzle* en annexe);
- les situations-problèmes qui visent à donner du sens à un concept en permettant à l'élève de prendre conscience que les outils qu'il a à sa disposition sont très lourds et source d'erreurs (sans pour autant être faux). C'est par exemple le cas de l'activité *Les plaques de chocolat*⁴ dans les nouveaux moyens d'enseignement romands.

Les principaux avantages de l'approche socio-constructiviste sont les suivants :

- c'est la seule approche qui prend réellement en compte les erreurs des élèves;
- c'est la seule approche qui pose le problème du sens des connaissances;
- le développement historique des connaissances suit un mouvement analogue au développement des connaissances mis en évidence dans l'approche socio-constructiviste⁵ (cf. Bachelard, Lakatos).

Les inconvénients existent aussi :

- on ne connaît pas forcément des situations-problèmes pour tous les concepts;

⁴ Voir «Mathématiques 2P» (p. 146). Cette activité est inspirée de *Carrelages* (ERMEL CP) qui a fait l'objet d'une des trois séquences analysées en «travail pratique» pour introduire l'exposé.

⁵ Certains pourraient ici douter de cet avantage en avançant le fait qu'a priori il n'y a pas forcément de lien entre le développement des connaissances chez l'individu et le point de vue historique.

- cette approche est plus complexe à gérer en classe. Nous allons d'ailleurs préciser le rôle de l'enseignant dans la gestion d'une situation-problème.

4 – Le rôle de l'enseignant dans la gestion d'une situation-problème

On entend parfois dire que l'enseignant ne doit pas intervenir au cours d'une situation-problème, qu'en est-il exactement ?

Il est évident que si l'enseignant intervient trop fortement au cours des phases de recherche, les élèves risquent de ne produire des réponses qu'en fonction des attentes supposées de l'enseignant, ce qui les empêchera d'investir leurs connaissances « anciennes » et donc de prendre conscience de leur insuffisance. Cela signifie-t-il qu'une fois qu'il a donné les consignes et l'énoncé l'enseignant ne doit jamais intervenir ? Je ne le pense pas, reprenons les différentes phases définies ci-dessus :

- dans la 1^{ère} phase (recherche individuelle), il est indispensable que tous les élèves s'approprient la situation c'est-à-dire puissent comprendre les données du problème et le but à atteindre. Il est donc nécessaire qu'au cours de cette phase l'enseignant observe le travail des élèves et en cas de difficultés de compréhension de l'énoncé qu'il reprecise le sens de certaines données. Mais cette intervention ne doit apporter aucune indication sur la façon de résoudre le problème. Si l'on pense a priori que les élèves risquent de rencontrer des difficultés, il est préférable de mettre en place une phase de familiarisation avant de proposer la situation-problème.
- dans la 2^{ème} phase (recherche en groupe et production commune) il ne doit pas intervenir sur le contenu (donc en particulier ne pas préciser si les productions sont justes ou fausses, ne pas guider les élève

vers la bonne solution), par contre il faut qu'il s'assure que les groupes fonctionnent correctement, c'est-à-dire par exemple que tous cherchent, que tous les avis soient pris en compte dans le groupe, etc. Il peut donc être amené à intervenir par rapport aux consignes qu'il a données.

- dans la 3^{ème} phase (mise en commun et débat), il anime le débat en essayant d'être le plus neutre possible sur le contenu mathématique. A l'issue de cette phase, il peut conclure par la phase d'institutionnalisation ou bien proposer un nouveau temps de recherche en groupe.
- dans la phase d'institutionnalisation, l'enseignant reprend l'initiative concernant le contenu mathématique. Cette phase est indispensable dans la mesure où l'élève a traversé une situation très riche, au cours de laquelle il a fait des essais, il a conjecturé des solutions, il a utilisé de nombreux savoirs et savoir-faire, certains étant des savoirs anciens d'autres sont des savoirs nouveaux dont il n'est pas forcément conscient⁶, il a été confronté à d'autres solutions, il en a validé certaines, invalidé d'autres. Il ne peut pas savoir parmi toutes les connaissances auxquelles il a été confronté celles qui sont importantes (c'est-à-dire celles qui sont à connaître pour la suite du cours de mathématiques, celles dont il pourra se resservir), seul l'enseignant le sait. Cette phase est indispensable pour que les élèves puissent transférer ces connaissances dans des situations nouvelles.

Donc contrairement à ce qu'on entend parfois dire, dans une approche socio-constructiviste l'enseignant est très présent et doit intervenir au cours de la situation-problème. Mais son rôle est délicat puisque pendant un moment il doit assurer le transfert de la

⁶ On parle de savoir en acte.

responsabilité de la recherche et de la validation aux élèves et donc ne pas intervenir sur les procédures des élèves.

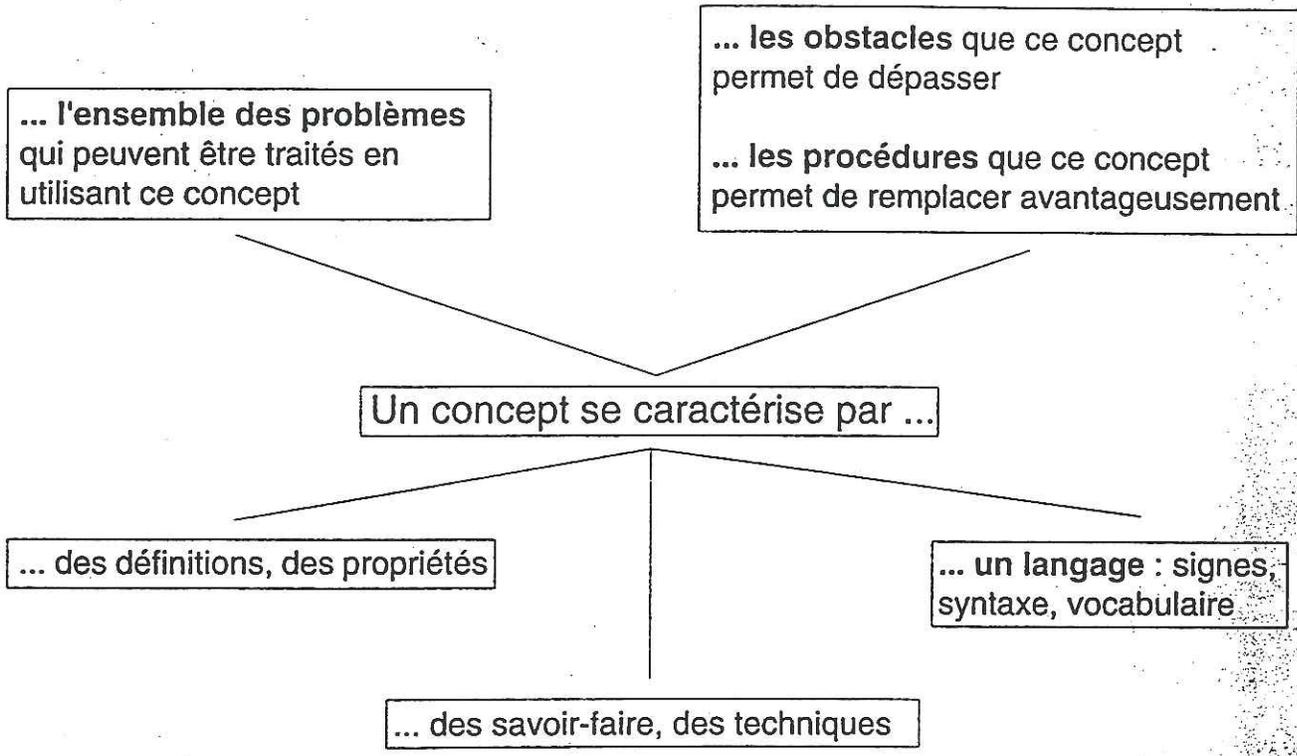
Mais une(des) situation(s)-problème(s) suffis(en)t-elle(s) pour permettre à un élève de s'approprier un concept nouveau ?

5 – Situation-problème et acquisition d'un concept



Répondre à la question précédente suppose qu'au préalable on soit capable de répondre à la question : « Qu'est-ce qu'acquérir un concept ? », ce qui revient à savoir ce qui caractérise un concept⁷.

Un concept peut se caractériser par cinq aspects qui sont représentés par le schéma ci-dessous⁸ :



Ainsi comprendre un concept peut revenir à :

- maîtriser le langage associé à ce concept,
- connaître les définitions et propriétés relatives à ce concept,
- maîtriser les savoir-faire associés à ce concept,
- avoir dépassé les obstacles liés à ce concept,

- savoir résoudre les problèmes en utilisant ce concept.

⁷ Nous ne parlons pas ici des «concepts catégoriels» tel que le concept d'oiseaux» par exemple, mais des concepts dits «scientifiques» ou «relationnels» qui sont définis par les relations qu'ils entretiennent avec les autres. Par exemple, le concept de «nombre» ou de «proportionnalité».

⁸ Ce schéma s'inspire du travail réalisé par G. Vergnaud et R. Charnay.

Commençons de remplir cette grille avec le concept de nombre entier à l'école :

... être capable de résoudre les problèmes suivants :

- problèmes de mémorisation de quantité : par exemple pour constituer une collection équipotente, pour comparer deux collections,
- problèmes d'anticipation et de calculs.

... dépasser les obstacles suivants :

- certaines techniques de dénombrement qui évitent le nombre : par exemple la correspondance terme à terme ou l'estimation pour construire des collections équipollentes,
- le recours à une représentation «figurée» de la situation pour résoudre des problèmes additifs,
- penser que 12 et 21 sont les mêmes nombres parce qu'ils sont formés des mêmes chiffres,
- ...

Comprendre le nombre entier c'est ...

... connaître :

- la comptine de 1 à ...
- le successeur ou le prédécesseur des nombres de 1 à 100,
- la table d'addition des nombres de 1 à 9,

... savoir faire :

- dénombrer une collection de 100 éléments,
- repérer le chiffre des dizaines et le nombre des dizaines d'un nombre,
- effectuer une addition de deux nombres de deux chiffres,
- ...

... maîtriser les termes suivants :

- unités, dizaines, ...
- addition, somme, retenue, ...
- ...

Enseigner un concept suppose donc de faire le choix d'une entrée (entrée par les problèmes, par les obstacles, par le vocabulaire, ...). Il y a semble-t-il une corrélation entre la conception de l'apprentissage/enseignement sur laquelle on s'appuie et cette entrée :

- l'entrée par les problèmes ou les obstacles est en corrélation étroite avec l'approche socio-constructiviste;

- l'entrée par le vocabulaire et les propriétés est en corrélation avec l'approche transmissive⁹;

⁹ Cette corrélation est certainement moins forte que la précédente, on peut en effet utiliser des situations problèmes pour que les élèves sentent la nécessité d'un vocabulaire nouveau, même si bien sûr ils n'inventeront pas ce vocabulaire.

- l'entrée par les savoir-faire est en corrélation étroite avec l'approche behavioriste.

Mais quelle que soit l'entrée que l'on privilégie pour introduire un concept, il est indispensable d'aborder les autres aspects, tous sont indispensables pour l'acquisition d'un concept. Or l'on constate en regardant l'évolution des programmes depuis les années 1945 qu'ils ont tendance à privilégier un aspect au détriment des autres : schématiquement on pourrait dire que jusqu'à la fin des années 60, c'était le vocabulaire et les propriétés qui étaient privilégiés; à partir des années 70 jusqu'à l'arrivée des nouveaux moyens d'enseignement, c'était les savoir-faire au détriment des problèmes. Avec les nouveaux moyens d'enseignement ce sont les problèmes.

Alors attention à ne pas en rester qu'au problème et à ne pas penser, qu'après avoir introduit un concept à l'aide d'une situation-problème (ou plus simplement d'un problème), l'élève a acquis le concept. On ne peut pas résoudre des problèmes si l'on ne maîtrise pas un minimum de vocabulaire (ce vocabulaire est en particulier important pour transférer ses connaissances) et si l'on n'a pas de savoir-faire automatisés (sinon les phénomènes de surcharge cognitive empêcheront les élèves de résoudre des problèmes).

6 - Conclusion

Ainsi une situation-problème, voire une série de situations-problèmes ne peu(ven)t à elle(s) seule(s) suffire pour que l'élève acquiert un concept. Il est nécessaire qu'il acquiert certains automatismes et connaisse parfaitement certaines définitions, propriétés et le vocabulaire associé aux concepts.

Reste à déterminer les automatismes, définitions, propriétés, vocabulaire que l'élève

doit acquérir et le temps que l'on consacre à ces acquisitions.

Si la dérive qui consiste à se contenter de quelques problèmes pour enseigner un concept existe, la dérive du «tout automatisa-tion» est encore plus forte pour au moins trois raisons :

- c'était celle qui était privilégiée jusqu'à présent;
- il est plus facile de faire acquérir des automatismes à des élèves que des stratégies de résolution de problèmes;
- il est plus facile d'évaluer l'acquisition de savoir-faire que l'acquisition de stratégies de résolution de problèmes.

Comme toujours la dérive est présente dès que l'excès est là. La vérité est certainement du côté de la variété : variété des conceptions de l'apprentissage/enseignement, variété des approches d'un concept. Cette variété est d'autant plus importante qu'ici nous avons analysé les conceptions de l'apprentissage/enseignement en faisant comme si tous les élèves étaient identiques, apprenaient de la même façon. Or des recherches nous montrent qu'il n'en est rien (cf. les recherches sur les «profils pédagogiques» La Garanderie, Bruner, Huteau, ...).

Cette variété doit être consciente et pensée : «Dans cette situation je suis conscient de ce que je fais, j'en connais les avantages et les inconvénients et je suis capable de justifier les choix que j'ai faits».

Bibliographie

Bachelard, G. (1983). *La formation de l'esprit scientifique*. Ed Vrin (12^{ème} édition).

Brousseau, G. (1986). *Fondements et méthodes de la didactique des mathématiques*.

RDM Vol 7 n° 2. Ed. La Pensée Sauvage, Grenoble.

Charnay, R. (1996). *Pourquoi des mathématiques à l'école ?* Ed ESF.

Douady, R. (1986). Jeux de cadres et dialectique outils objets. RDM Vol 7 n° 2. Ed. La Pensée Sauvage, Grenoble.

Lakatos, I. (1984). *Preuves et réfutations* Ed. Hermann

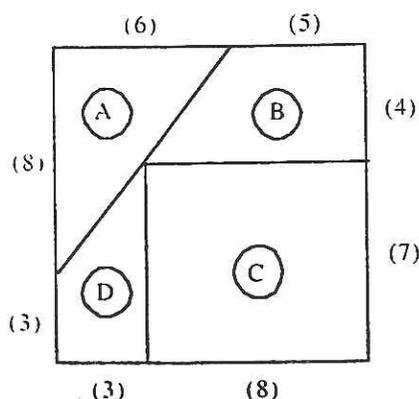
Doise, W.; Mugny, G. (1981). *Développement social de l'intelligence*. Edition Inter Editions.

Vergnaud, G. (1991). La théorie des champs conceptuels. RDM Vol 10 n° 2 - 3. Ed. La Pensée Sauvage, Grenoble.

Annexe

Un exemple de situation-problème dont l'objectif est de permettre aux élèves d'acquérir le concept d'agrandissement d'une figure géométrique en dépassant l'obstacle du modèle additif : «Pour agrandir il faut ajouter».

Le puzzle suivant est remis à chaque groupe (un seul exemplaire par groupe). Un exemplaire est affiché au tableau.¹⁰



¹⁰ Entre parenthèses figurent les dimensions des pièces.

Le puzzle est découpé, chaque élève reçoit une pièce. Il doit en mesurer les dimensions et les noter sur la pièce. Vérification collective des mesurages.

- Consigne (le maître dispose d'un agrandissement correct du puzzle, coefficient 1,5 non communiqué aux élèves) : «J'ai fait un agrandissement de ce puzzle, le voilà. Vous devez faire le même agrandissement de votre puzzle, dans chaque groupe. Chaque élève fera l'agrandissement de sa pièce. Attention, à la fin, il faut pouvoir reconstituer le carré agrandi. Je vous donne une seule information : «ce» côté (il montre le côté correspondant) qui mesure 4 cm sur votre puzzle devra mesurer 6 cm sur le puzzle agrandi».
- Dans un premier temps, les élèves de chaque groupe doivent se concerter; puis chaque élève réalise seul sa pièce agrandie; enfin le groupe essaie de reconstituer le carré.
- Dans un second temps, les élèves sont invités, à l'intérieur de chaque groupe à discuter du résultat obtenu et de la méthode utilisée par chacun d'eux ... et en cas d'échec à rechercher ensemble une nouvelle méthode commune à tous les élèves du groupe. Un nouvel essai de reconstitution du puzzle est tenté.

Une première mise en commun, rapide, permet d'officialiser le fait que «ajouter 2 à chaque côté» ne permet pas d'aboutir.

- Troisième temps : les groupes qui n'ont pas abouti précédemment doivent rediscuter entre eux et réaliser une nouvelle tentative. Le maître peut les inciter à écrire les dimensions sous forme de tableau. Les autres groupes passent à la phase 2.

Phase 2, par groupes de 4

Chaque groupe doit décrire sur une affiche la méthode qu'il a finalement utilisée et dire si elle a abouti ou non.

Phase 3, collectif

Un porte-parole par groupe explique aux autres la méthode utilisée. Les diverses méthodes sont toutes affichées. Des demandes de renseignements peuvent être faites, des contradictions apportées. Discussion collective sur ces méthodes, celles qui réussissent, celles qui échouent, celles qui paraissent se ressembler. Le maître n'en privilégie aucune.

L'explicitation des diverses méthodes utilisées, leur classement conduit à quelques conclusions ou remarques formulées collectivement :

- certains ont utilisé un coefficient multiplicatif (un codage de celui-ci est proposé par l'enseignant);
- d'autres une règle du type : $x \rightarrow x + (x/2)$ (un codage en est également proposé);
- d'autres ont utilisé des propriétés de la proportionnalité (celles-ci sont formulées et codées sur les tableaux réalisés); par exemple :

4	8	2	6	1
6	12	3	9	1,5

- etc.

- on a remarqué que agrandir, ce n'est pas ajouter le même nombre à toutes les dimensions.

Phase 4, par groupe de 4

Agrandir le même puzzle, mais le côté qui mesurait 4 doit maintenant mesurer 10. Les méthodes précédentes sont toujours affichées. Même déroulement que pour l'agrandissement précédent.

Phase 5, collectif

Une synthèse collective est faite à partir des méthodes utilisées pour les deux puzzles précédents :

- utilisation de tableaux de nombres;
- méthodes utilisant un coefficient multiplicatif;
- méthodes utilisant les propriétés de la linéarité;
- méthodes du type :

$$x \rightarrow x + x/2$$

ou

$$x \rightarrow (x \times 2) + x/2$$

Le maître indique que de tels tableaux sont appelés tableaux de proportionnalité.

Phase 6, individuel

Autre puzzle dont il faut trouver les dimensions de son agrandissement (ex : 6 devient 8, ou 4 devient 7).